

TEORIJA BETONSKIH KONSTRUKCIJA 1

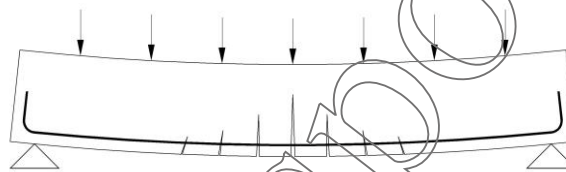
vežbe br. 1 (2 časa)

PRAVILA ZA ARMIRANJE

ARMIRANI BETON

Beton:

- dobro prima napone pritiska,
- dobru trajnost ima,
- otporan je na požar,
- loše podnosi napone zatezanja,
- loše podnosi napone smicanja.



Osobine su mu skupljanje i tečenje (to su vremenske deformacije, tj. javljaju se tokom vremena):

skupljanje je postepeno smanjenje zapremine betona usled nastavljanja procesa hidratacije cementa, u zavisnosti od promene vlažnosti i temperature sredine;

tečenje je porast elastičnih deformacija (koje nastaju u trenutku opterećenja) pri daljem konstantnom naponu u toku vremena.

Nakon ugrađivanja, beton treba pravilno negovati da bi se postigla odgovarajuća čvrstoća betona koja se zahteva.

Armatura:

- dobro prima napone zatezanja,
- dobro prima napone smicanja,
- dobro podnosi pritisak, ali treba paziti na izvijanje,
- trajnost je loša jer bez zaštite brzo korodira,
- otpornost na požar je loša jer pri višim temperaturama brzo gubi nosivost.

Uloga armature:

- 1) da obezbedi nosivost ab elemenata i konstrukcija prihvatanjem zatezanja u zonama koje se određuju statičkim i dinamičkim analizama;
- 2) poboljšava karakteristike pritisnute zone elemenata i konstrukcija u određenoj meri (posebno kod stubova);
- 3) u pritisnutim zonama armature smanjuje uticaj tečenja i skupljanja betona u toku vremena čime umanjuje deformacije elemenata i konstrukcija.

Konstruisanje armature podrazumeva:

- pravilan izbor i raspoređivanje armature u preseku;
- ispravno oblikovanje i vođenje armature duž raspona elemenata i konstrukcija.

Ispravno konstruisanje je značajno za obezbeđenje projektovanih svojstava ab elemenata i konstrukcija u oblasti graničnih stanja nosivosti i graničnih stanja upotrebljivosti i njihove trajnosti.

Izborom prečnika profila i povoljnim rasporedom armature u preseku i duž raspona može se uticati na raspored i širinu prslina (armatura može da limitira širinu prslina ali ne i da ih eliminiše, osim pri prethodnom naprezanju).

Armatura treba da:

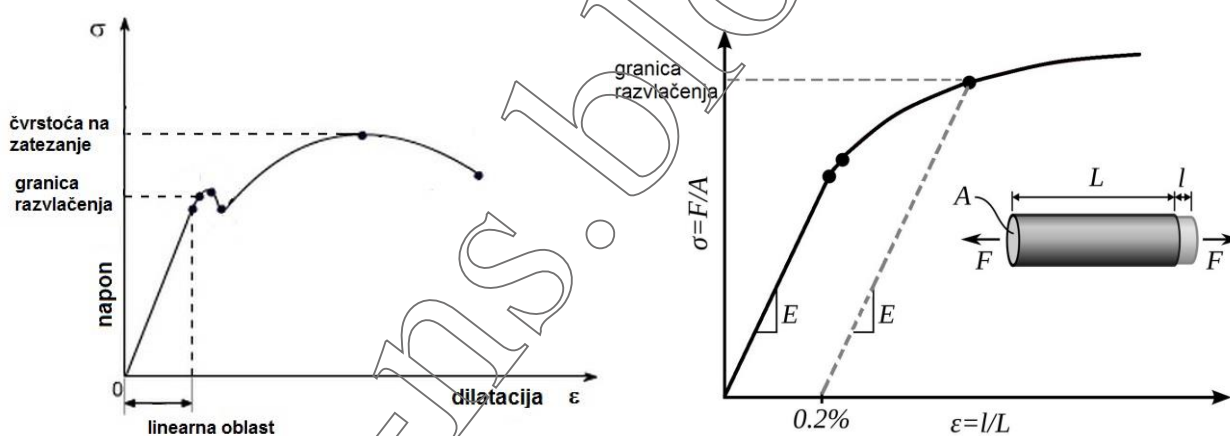
- bude tako konstruisana da obezbedi uslove za efikasno (kvalitetno) ugrađivanje i postizanje potrebnog kvaliteta betona.
- po obliku bude jednostavna, da bi se lakše izradila i montirala.

Opšti princip konstruisanja armature:

u elementu i konstrukciji nikad ne sme armature da bude manje nego što je neophodno za njenu nosivost, funkcionalnost i trajnost, ali ne treba da je bude ni više nego što je to zaista potrebno (zbog ekonomskih razloga ili nosivosti preseka po betonu).

Čelik za armiranje: (vrste čelika)

Dijagrami napon – dilatacija za čelike koji se koriste prikazani su na slici 1.



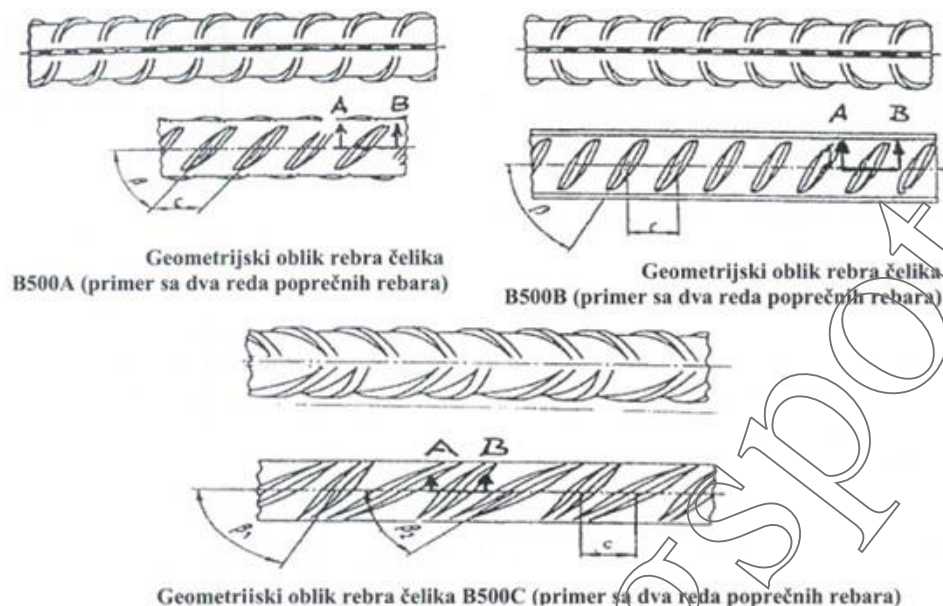
Slika 1. Stvarni dijagram napon-dilatacija za vruće valjani čelik (levo) i hladno oblikovani čelik (desno)

Prema SRPS EN 10080 vrste zavarivog betonskog čelika, naziv, oblik i raspored - nagib poprečnih rebara, prikazane su na slici 2 i 3, dok su njihove karakteristike date u tabeli 1.

B500A (hladno oblikovan čelik, ima normalnu duktilnost) - ima dva ili više paralelnih poprečnih rebara sa istim uglom u odnosu na uzdužnu osu šipke, slika 2.

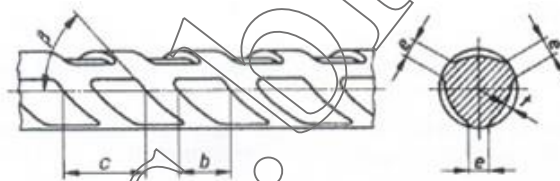
B500B (vruće valjani čelik, ima visoku duktilnost) - ima dva ili više nizova poprečnih rebara, od kojih jedan ima drugačiji ugao u odnosu na druge, slika 2.

B500C (vruće valjani čelik, ima visoku duktilnost) - ima istu raspored nizova rebara kao i kod B500B, ali u svakom nizu rebara, rebra imaju različite uglove u odnosu na uzdužnu osu, slika 2.



Slika 2. Vrste betonskog čelika - rebraste šipke

Pored rebrastih Standard definiše i urebrenu čeliku koje karakterišu mere, broj i konfiguracija urebrenja. Ovi čelici moraju imati najmanje dva jednako raspoređena reda urebrenja. Sa osam šipke urebrenja formiraju ugao nagiba, slika 3.



Slika 3. Urebrena šipke betonskog čelika (primer tri reda urebrenja)

Tabela 1. Karakteristike betonskog čelika

Čelik	Napon tečenja R_c (MPa) min.	Odnos zatezne čvrstoće i napona tečenja R_m/R_c min.	Ukupno izduženje pri najvećoj sili A_{gt} % min.	Dinamička čvrstoća $2\sigma_A$	
				mm	MPa
B500A	500	$\geq 1,05^{a)}$	$\geq 2,5^{b)}$	$\leq 16^{c)}$	200
B500B	500	$\geq 1,08$	$\geq 5,0$	$>16 \leq 20$	186
B500C	500	$\geq 1,15, < 1,35$	$\geq 7,5$	$>20 \leq 25$	170
				$>25 \leq 32$	160

a) za mere ispod $\varnothing 8$ mm, $R_m/R_c = 1,02$.
 b) Za mere ispod $\varnothing 8$ mm, $A_{gt} = 1,0$.
 c) Za mere do $\varnothing 16$ mm i za rebrasti čelik N/A – nije primenljivo.

Razlikuju se sledeće grupe zavarivog betonskog čelika:

1. Šipke, koturovi i proizvodi dobijeni odmotavanjem kotura
2. Zavarena mreža
3. Rešetkasti nosači

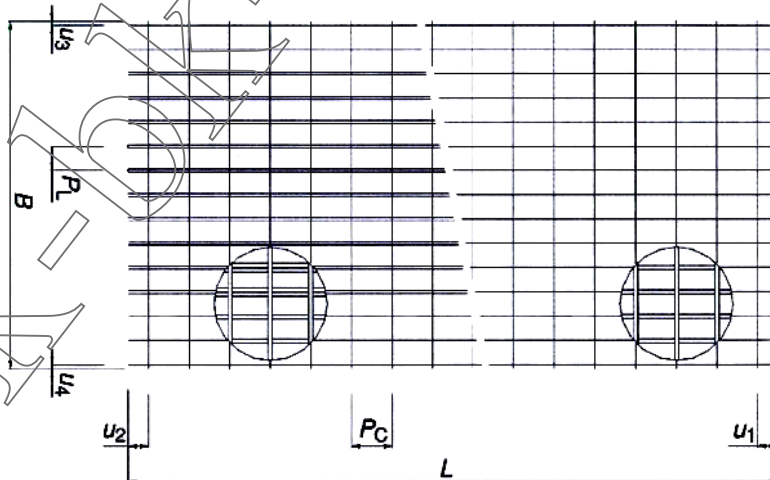
U Tabeli 2 date su preporučene vrednosti prečnika, površine i mase po dužnom metru betonskog čelika.

Tabela 2. Preporučeni nazivni prečnici, poprečne površine i mase po dužnom metru

Nazivni prečnik (mm)	Šipke	Koturovi i proizvodi dobijeni odmotavanjem	Zavarena mreža	Rešetkasti nosači	Nazivna poprečna površina (mm ²)	Nazivna masa po dužnom metru (kg/m)
4.0		×		×	12.6	0.099
4.5		×		×	15.9	0.125
5.0		×	×	×	19.6	0.154
5.5		×	×	×	23.8	0.187
6.0	×	×	×	×	28.3	0.222
6.5		×	×	×	33.2	0.26
7.0		×	×	×	38.5	0.302
7.5		×	×	×	44.2	0.347
8.0	×	×	×	×	50.3	0.395
8.5		×	×	×	56.7	0.445
9.0		×	×	×	63.6	0.499
9.5		×	×	×	70.9	0.556
10.0	×	×	×	×	78.5	0.617
11.0		×	×	×	95.0	0.746
12.0	×	×	×	×	113	0.888
14.0	×	×	×	×	154	1.21
16.0	×	×	×	×	201	1.58
20.0	×				314	2.47
25.0	×				491	3.85
28.0	×				616	4.83
32.0	×				804	6.31
40.0	×				1257	9.86
50.0	×				1963	15.4

- mrežasta armatura

Zavarene armaturene mreže, hladnovučeni čelici, dobijaju se tako što se dva sistema paralelnih, a međusobno upravni žica u tačkama ukrštanja spajaju elektrootpornim zavarivanjem kako bi se obezbedio otpor na smicanje, slika 4. Zavarena mreža može biti izrađena i od dvostrukih žica, ali samo u jednom pravcu.



Na slici je:
 N_L broj uzdužnih žica
 P_L razmak uzdužnih žica
 d_L prečnik uzdužnih žica
 N_C broj poprečnih žica
 P_C razmak poprečnih žica
 d_C prečnik poprečnih žica
 L dužina uzdužne žice
 B dužina poprečne žice
 u_1 preput uzdužnih žica
 u_2 preput uzdužnih žica
 u_3 preput poprečnih žica
 u_4 preput poprečnih žica

Slika 4. Geometrijske karakteristike zavarene mreže

B - širina mreže (dužina poprečne žice) ($\sim 2.15 \div 2.20$ m),
L - dužina mreže (dužina uzdužne žice) ($\sim 3 \div 8$ m).

Tipovi armaturnih mreža:

tip R

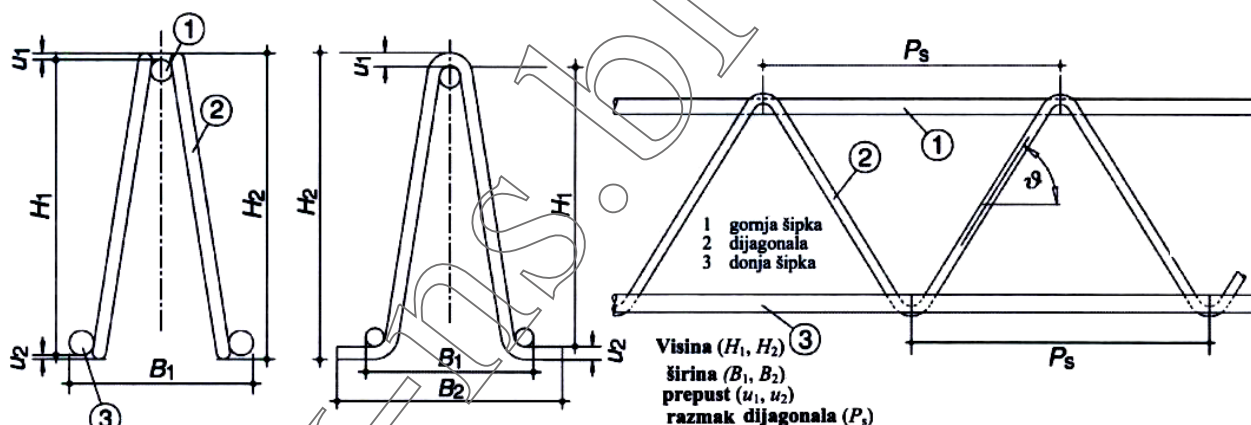
- nosive u jednom pravcu, tj. statička armatura u podužnom pravcu, i konstrukcijska armatura u poprečnom pravcu, imaju obično pravougaona okna, prečnici armature u dva pravca su različiti;

tip Q

- nosive u oba pravca, tj. armatura je u celini statička, imaju obično kvadratna okna, prečnici armature u dva pravca su isti.

- rešetkasti nosači

Moraju biti fabričke izrade od šipki i odmotanih koturova ili trake (samo za gornje šipke). Spojevi između šipki i dijagonala moraju biti izrađeni elektrootpornim zavarivanjem ili mehaničkim pritezanjem, kako bi se obezbedio otpor na smicanje, slika 5.



Slika 5. Rešetkasti nosač

ZAŠTITNI SLOJ BETONA DO ARMATURE

Pravilno projektovan i izveden zaštitni sloj:

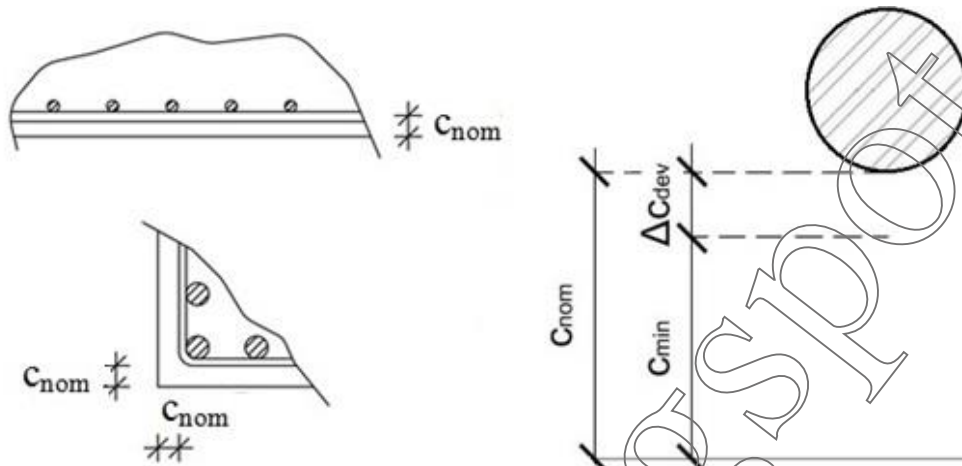
- štiti armaturu od korozije,
- pospešuje trajnost konstrukcije,
- poboljšava prijanjanje čelika za beton.

Hemijski i fizički uslovi sredine kojima je konstrukcija izložena i koji utiču na trajnost i zaštitni sloj betona do armature, mogu biti, tabela 3:

Tabela 3. Klase izloženosti zavisne od uslova sredine, prema EN 206-1

Oznaka klase	Opis sredine	Informativni primeri uslova za klase izloženosti
1. Bez opasnosti od korozije ili drugih agresivnih dejstava (no risk of corrosion or attack)		
XO	Za nearmirani beton ili beton bez ugrađenih metalnih elemenata: svi uslovi izloženosti osim zamrzavanja/topljenja (<i>freeze/thaw</i>), abrazije ili hemijske agresije. Za beton sa armaturom ili ugrađenim metalnim elementima: veoma suva	Beton u unutrašnjosti zgrada sa veoma niskom vlažnošću vazduha
2. Korozija izazvana karbonacijom (corrosion induced by carbonation)		
XC1	Suva ili stalno mokra	Beton u unutrašnjosti zgrada sa niskom vlažnošću vazduha Beton stalno pod vodom
XC2	Mokra, retko suva	Površine betona dugotrajne u kontaktu sa vodom Mnogi temelji
XC3	Umereno vlažna	Beton u unutrašnjosti zgrada sa umerenom ili visokom vlažnošću vazduha Beton u spoljašnjem prostoru zaklonjen od kiše
XC4	Ciklično mokra i suva	Površine betona u kontaktu sa vodom, koje ne spadaju u klasu izloženosti XC2
3. Korozija izazvana hloridima (corrosion induced by chlorides)		
XD1	Umereno vlažna	Površine betona izložene dejstvu hlorida iz vazduha (<i>airborne chlorides</i>)
XD2	Mokra, retko suva	Bazeni za plivanje Betonski elementi izloženi industrijskim vodama koje sadrže hloride
XD3	Ciklično mokra i suva	Delovi mostova izloženi prskanju aerosola sa sadržajem hlorida Kolovozi Ploče parkinga
4. Korozija izazvana hloridima iz morske vode (corrosion induced by chlorides from sea water)		
XS1	Izložena dejstvu soli iz vazduha, ali bez direktnog kontakta sa morskom vodom	Konstrukcije u blizini ili na obali mora
XS2	Stalno pod vodom	Delovi konstrukcija u moru
XS3	Zone pod dejstvom plime i oseke, zapljuskivanja i raspršavanja	Delovi konstrukcija u moru
5. Korozija izazvana agresijom od uticaja zamrzavanja/topljenja (freeze/thaw attack)		
XF1	Umereno zasićena vodom, bez soli za odleđivanje (<i>de-icing agent</i>)	Vertikalne površine betona izložene kiši i zamrzavanju
XF2	Umereno zasićena vodom, sa solima za odleđivanje	Vertikalne površine betona na konstrukcijama na putevima, izložene zamrzavanju i solima za odleđivanje iz vazduha (<i>airborne de-icing agents</i>)
XF3	Jako zasićena vodom bez soli za odleđivanje	Horizontalne površine betona izložene kiši i zamrzavanju
XF4	Jako zasićena vodom sa solima za odleđivanje ili sa morskom vodom	Putne ili mostovske kolovozne konstrukcije izložene solima za odleđivanje Površine betona izložene direktnom uticaju aerosola koji sadrži soli za odleđivanje i zamrzavanju Zone zapljuskivanja konstrukcija u moru izložene zamrzavanju
6. Hemijska agresija (chemical attack)		
XA1	Malo agresivna hemijska sredina, prema EN 206-1, tabela 2	Prirodna tla i podzemna voda
XA2	Umereno agresivna hemijska sredina, prema EN 206-1, tabela 2	Prirodna tla i podzemna voda
XA3	Jako agresivna hemijska sredina, prema EN 206-1, tabela 2	Prirodna tla i podzemna voda

Zaštitni sloj betona do armature je najmanje rastojanje od bilo koje armature do najbliže površine betona (ta armatura kod linijskih elemenata su uzengije, a kod površinskih elemenata sloj noseće ili podeone armature, tj. one koja je bliža površini elementa, slika 6.



Slika 6. Zaštitni sloj c_{nom} betona do armature

Nominalni zaštitni sloj c_{nom} , slika 6, koji se mora propisati na planovima, definiše se kao:

gde su:

c_{min} minimalni zaštitni sloj,

Δc_{dev} odstupanje u izvođenju (tolerancija koja se uzima u obzir u proračunu).

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev}$$

Minimalni zaštitni sloj c_{min} se predviđa kako bi se obezbedili:

- siguran prenos sila prijanjanja betona i armature,
- zaštita armature od korozije, a time i trajnost,
- adekvatna otpornost na dejstvo požara.

Usled zadovoljenja zahteva prijanjanja betona i armature i zahteva koji proizilaze iz uslova sredine usvaja se veća od vrednosti c_{min} :

$$c_{min} = \max \begin{cases} c_{min,b} \\ c_{min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add} \\ 10\text{mm} \end{cases}$$

gde je:

$c_{min,b}$ minimalni zaštitni sloj s obzirom na uslove prijanjanja,

zbog obezbeđenja sigurnog prenošenja sila prijanjanja betona i armature i osiguranja adekvatnog zbijanja betona, vrednost $c_{min,b}$ data je u tabeli 4.

Tabela 4. Minimalni zaštitni sloj betona $c_{min,b}$

Zahtevi s obzirom na uslove prijanjanja betona i armature	
Raspored šipki	Minimalni zaštitni sloj $c_{min,b}$ *
Pojedinačne šipke	Prečnik šipke
Šipke u svežnju	Ekvivalentan prečnik (\varnothing_n)

* Ako je nominalna maksimalna dimenzija agregata veća od 32 mm, $c_{min,b}$ treba povećati za 5 mm.

$c_{min,dur}$ minimalni zaštitni sloj s obzirom na uslove sredine, u zavisnosti od klasa izloženosti uticajima sredine, tabela 3, i klase konstrukcije, preporučena klasifikacija data je u tabeli 5, i vrednosti $c_{min,dur}$ preporučene, date su u tabeli 6. Nacionalnim aneksom određena zemlja daje pomenute veličine.

Tabela 5. Preporučene klase konstrukcije

Klasa konstrukcije	Klase izloženosti prema tabeli 3						
	X0	XC1	XC2/XC3	XC4	XD1	XD2/XS1	XD3/XS2/XS3
Proračunski eksploatacioni vek od 100 godina	povećati klasu za 2	povećati klasu za 2	povećati klasu za 2	povećati klasu za 2	povećati klasu za 2	povećati klasu za 2	povećati klasu za 2
Klasa čvrstoće ⁽¹⁾²⁾	≥ C30/37 smanjiti klasu za 1	≥ C30/37 smanjiti klasu za 1	≥ C35/45 smanjiti klasu za 1	≥ C40/50 smanjiti klasu za 1	≥ C40/50 smanjiti klasu za 1	≥ C40/50 smanjiti klasu za 1	≥ C45/55 smanjiti klasu za 1
Elementi čija geometrija odgovara pločama (postupak gradnje nema uticaja na položaj armature)	smanjiti klasu za 1	smanjiti klasu za 1	smanjiti klasu za 1	smanjiti klasu za 1	smanjiti klasu za 1	smanjiti klasu za 1	smanjiti klasu za 1
Obezbeđena posebna kontrola kvaliteta proizvodnje betona	smanjiti klasu za 1	smanjiti klasu za 1	smanjiti klasu za 1	smanjiti klasu za 1	smanjiti klasu za 1	smanjiti klasu za 1	smanjiti klasu za 1

Tabela 6. Preporučene vrednosti za $c_{min,dur}$ za običnu armaturu

Zahtevi za $c_{min,dur}$ s obzirom na uslove sredine (mm)							
Klasa konstrukcije	Klase izloženosti prema tabeli 3						
	X0	XC1	XC2/XC3	XC4	XD1/XS1	XD2/XS1	XD3/XS3
S1	10	10	10	15	20	25	30
S2	10	10	15	20	25	30	35
S3	10	10	20	25	30	35	40
S4	10	15	25	30	35	40	45
S5	15	20	30	35	40	45	50
S6	20	25	35	40	45	50	55

Za bliže određivanje klasa konstrukcije koristi se proračunski eksploatacioni vek konstrukcije koji prema EC0 mora biti određen. U tabeli 7 date su indikativne kategorije konstrukcija sa proračunskim eksploatacionim vekom.

Tabela 7. Indikativni proračunski eksploatacioni vek

Kategorija proračunskog eksploatacionog veka	Indikativni proračunski eksploatacioni vek (godina)	Primeri
1	10	Privremene konstrukcije ¹⁾
2	10 do 25	Zamenljivi delovi konstrukcije, na primer, kranški nosači, ležišta
3	15 do 30	Poljoprivredne i slične konstrukcije
4	50	Konstrukcije zgrada i druge jednostavne konstrukcije
5	100	Konstrukcije monumentalnih zgrada, mostovi, kao i konstrukcije drugih građevinskih objekata

¹⁾ Konstrukcije ili delovi konstrukcija, koji mogu da budu uklonjeni, sa izgledom da budu ponovo korišćeni, ne treba da budu razmatrani kao privremeni.

- $\Delta c_{dur,\gamma}$ dodatni element sigurnosti, određuje se u Nacionalnom aneksu određene države, preporučena vrednost je 0mm.
- $\Delta c_{dur,st}$ smanjenje minimalnog zaštitnog sloja kada se koristi nerđajući čelik, ili kada su preduzete druge specijalne mere, tada treba razmotriti uticaje smanjenja na sva relevantna svojstva materijala, uključujući i pranje betona i čelika, određuje se u Nacionalnom aneksu određene države, preporučena vrednost je 0mm.
- $\Delta c_{dur,add}$ smanjenje minimalnog zaštitnog sloja kada se koristi dodatna zaštita, na primer zaštita u vidu premaza, određuje se u Nacionalnom aneksu određene države, preporučena vrednost je 0mm.

Kada se beton ugrađuje na licu mesta, u kontaktu sa drugim betonskim elementima (prefabrikovanim ili ranije ugrađenim), minimalni zaštitni sloj betona od armature do kontaktne površine sa postojećim betonom može da se smanji na vrednost iz tabele 4 pod uslovom da je:

- klasa betona najmanje C25/30,
- vreme za koje je kontaktna površina betona bila izložena uticajima spoljašnje sredine kratko (< od 28 dana),
- kontaktna površina ohrapavljena.

Za površine koje nisu ravne (na primer, vidljiva je struktura agregata), minimalni zaštitni sloj treba da se poveća za najmanje 5 mm.

Kada je potrebno, abrazija betona se uzima u obzir povećanjem zaštitnog sloja. Tada se minimalni sloj c_{min} povećava:

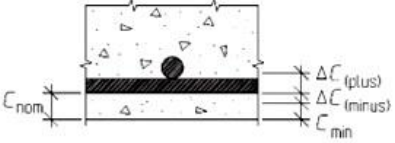
- za k_1 (preporučena vrednost je 5mm, ili se daje Nacionalnim aneksom) za klasu abrazije XM1 (umerena abrazija),
- za k_2 (preporučena vrednost je 10mm) za klasu abrazije XM2 (jaka abrazija),
- za k_3 (preporučena vrednost je 15mm) za klasu abrazije XM3 (ekstremna abrazija).

Odstupanje u izvođenju Δc_{dev} (tolerancija koja se uzima u obzir u proračunu),

podrazumeva da se nominalni zaštitni sloj poveća za apsolutnu vrednost negativne tolerancije (dopuštenog odstupanja u izvođenju usled kojeg bi se smanjio zaštitni sloj). Vrednost se daje Nacionalnim aneksom, a preporučena vrednost je 10mm.

Tolerancije za zgrade date su u EN 13670-1, a one su obično dovoljne i za druge vrste konstrukcija, tabela 8.

Tabela 8. Dozvoljena odstupanja zaštitnog sloja prema EN 13670-1

No.	Type of deviation	Description	Permitted deviation Δ	
			Tolerance Class 1	Tolerance Class 2
b	 <p>Requirement: $c_{nom} + \Delta c_{(plus)} > c > c_{nom} - \Delta c_{(minus)}$</p>	Location of ordinary reinforcement $\Delta c_{(plus)}$ $h \leq 150 \text{ mm}$, $h = 400 \text{ mm}$, $h \geq 2500 \text{ mm}$, with linear interpolation for intermediate values	+ 10 mm + 15 mm + 25 mm ^b	+ 5 mm + 10 mm + 20 mm
	c_{min} = required minimum cover c_{nom} = nominal cover = $c_{min} + \Delta c_{(minus)} $ c = actual cover Δc = permitted deviation from c_{nom} h = height of cross-section	$\Delta c_{(minus)}$	Δc_{dev}^a	Δc_{dev}^a
<p>^a Δc_{dev} can be found in national annex to EN 13670-1-1. Unless otherwise specified, $\Delta c_{dev} = 10 \text{ mm}$. The execution specification may state if a statistical approach allowing a certain percentage of values with covers less than c_{min} is permitted.</p> <p>^b Permitted plus-deviations for cover to reinforcement for foundations and concrete members in foundations may be increased by 15 mm. The given minus-deviations apply.</p>				

U nekim slučajevima tolerancija, tj. dodatno povećanje minimalnog zaštitnog sloja Δc_{dev} može da se smanji. Određuje se smanjenje Nacionalnim aneksom, a preporučuje se smanjenje:

- kada se elementi proizvode u sistemu gde je obezbeđen kvalitet i kada postoji kontrola merenja zaštitnog sloja,

$$5 \text{ mm} \leq \Delta c_{dev} \leq 10 \text{ mm},$$

- kada se za kontrolu koristi veoma tačan uređaj za merenje i kada se odbacuju elementi koji ne zadovoljavaju tražene kriterijume (kao kod prefabrikovanih elemenata),

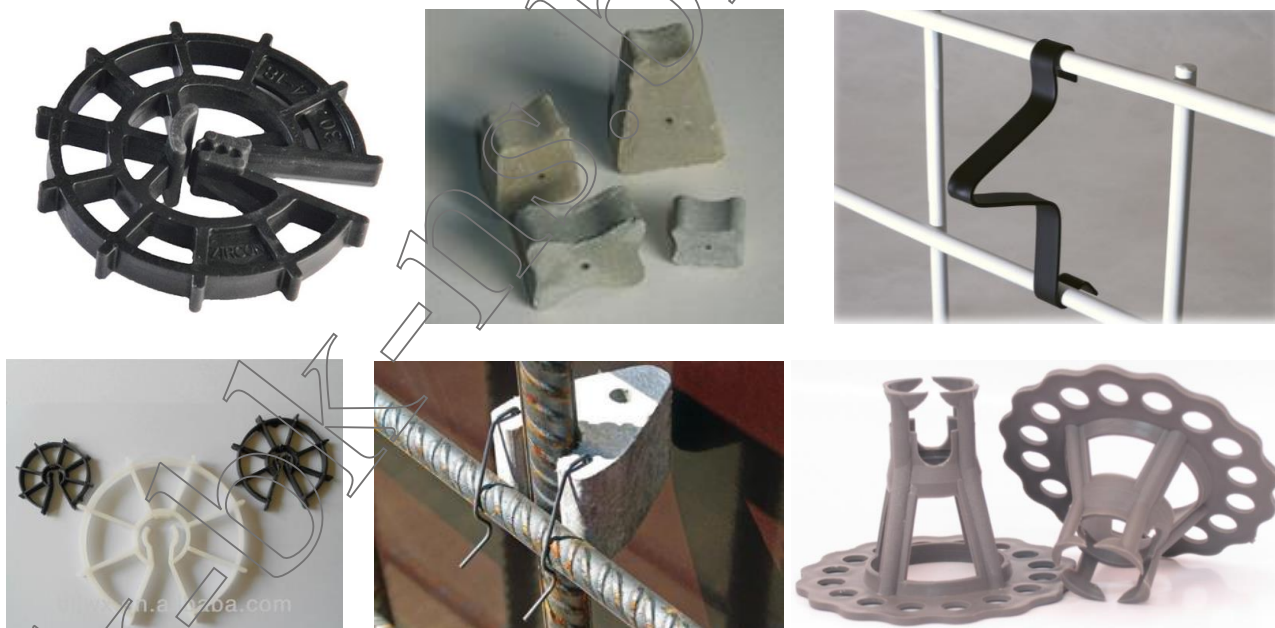
$$0 \text{ mm} \leq \Delta c_{dev} \leq 10 \text{ mm}.$$

Za beton koji se ugrađuje preko neravnih površina, treba povećati minimalni zaštitni sloj, tako što se povećaju tolerancije. Povećanje treba da odgovara razlikama koje izazivaju neravnine, ali zaštitni sloj betona treba da bude najmanje k_1 mm (preporučena vrednost je 40mm, ili se daje Nacionalnim aneksom) za beton koji se ugrađuje preko pripremljene podloge (uključujući i sloj mršavog betona ili hidroizolaciju), a k_2 mm (preporučena vrednost je 75mm) za beton koji se ugrađuje direktno na tlo.

Zaštitni sloj betona do armature, za bilo kakvu površinsku obradu betona, kao što su kanelure (ukrasni urez, udubljenje na površini elementa) ili za beton sa vidljivom strukturom agregata, treba da se poveća kako bi se uzele u obzir neravnine površine betona.

Zaštitni sloj betona do armature:

- ne sme biti manji od prečnika te armature;
- treba tačno utvrditi i naznačiti projektovanje zaštitnog sloja (sa obavezno razrađenim problemom distanciranja armature pri njenom postavljanju, za to služe razne vrste distancera: plastični, od cementnog maltera, ređe se koriste čelični...), Slika 7;
- ako je prevelike debljine (zaštitni sloj veći od 70mm) mora se taj sloj posebno armirati površinskom armaturom, koja takođe mora imati zaštitni sloj, minimalne debljine c_{nom} .



Slika 7. Distanceri

RASPOREĐIVANJE ARMATURE U PRESECIMA ELEMENATA

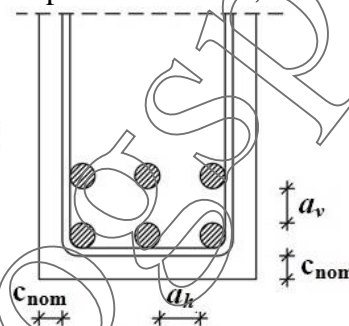
Pravila važe za rebrastu armaturu i zavarene armaturne mreže izložene dominantno statičkom opterećenju.

Raspoređivanje utiče na:

- efikasno ugrađivanje betona,
- postizanje kompaktnog zaštitnog sloja betona potrebne debljine,
- dobro prijanjanje betona i armature.

Čist horizontalan i čist vertikalni razmak između paralelnih profila armature, slika 8.

$$a_h, a_v \geq \begin{cases} 20\text{mm} \\ k_1 \varnothing, \text{ za } \varnothing > 20\text{mm} \\ d_g + k_2 \end{cases}$$



Slika 8. Čist horizontalan i čist vertikalni razmak između armaturnih šipki

gde su k_1 i k_2 vrednosti koje se daju u Nacionalnom aneksu određene zemlje (EC2 preporučuje vrednosti $k_1 = 1$ i $k_2 = 5$ mm), dok je d_g najveća dimenzija agregata.

Čisto horizontalno rastojanje pojedinačnih profila armature mora da omogućava prolazak pervibratora u sve delove elementa gde je to neophodno radi efikasnijeg ugrađivanja betona.

Propisano horizontalno rastojanje između susjednih pojedinačnih profila armature mora se obezbediti i na mestima nastavljanja armature. Taj uslov ima poseban značaj baš za obezbeđenje korektnog usidrenja, tj. nastavljanja, posebno kada se nastavak armature izvodi preklapanjem.

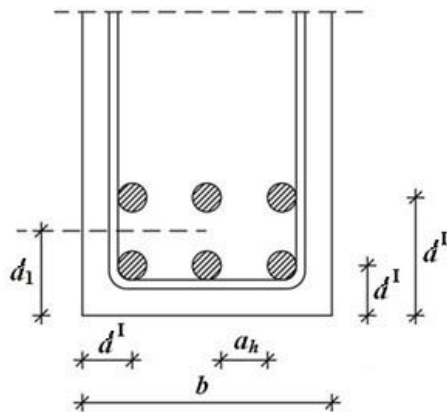
Određivanje težišta armature i broja komada šipki u jednom redu, slika 9.

$$\left. \begin{aligned} d^I &= c_{nom} + \varnothing_u + \frac{\varnothing}{2} \\ d^{II} &= d^I + a_v + \varnothing \end{aligned} \right\} \Rightarrow d_1 = \frac{3 \cdot d^I + 3 \cdot d^{II}}{3+3}$$

$$2d^I + m(a_h + \varnothing) = b$$

$$m = \frac{b - 2d^I}{a_h + \varnothing} \quad (\text{broj rastojanja između šipki})$$

$$n = m + 1 \quad (\text{max broj šipki u jednom redu})$$



Slika 9. Nalaženje težišta armature

Svežnjevi

Svežnjevi podrazumevaju grupisanje armature "radi boljeg ugrađivanja betona" uz obezbeđenje svih zahteva za korektno ugrađivanje betona.

Svežanj podrazumeva najviše 4 profila armature grupisane tako da se u istoj ravni ne nalaze više od dva profila armature jedan uz drugi bez međusobog razmaka (šipke mogu biti različitog prečnika pod uslovom da odnos njihovih prečnika nije veći od 1,7), slika 10.



Slika 10. Svežnjevi sa 1, 2, 3 ili 4 armaturnih šipki

Evrokod 2 u proračunu svežanj šipki zamenjuje nominalnom šipkom, prečnika \varnothing_n , koja ima istu površinu poprečnog preseka i težište kao svežanj šipki.

$$A_{sv} = \sum_{i=1}^{n_b} A_{a,i} = \sum_{i=1}^{n_b} \frac{\varnothing_i^2 \cdot \pi}{4} = \frac{\varnothing_n^2 \cdot \pi}{4}$$

$$\varnothing_n = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_b} \varnothing_i^2} = \begin{cases} \sqrt{\varnothing_1^2 + \varnothing_2^2 + \dots + \varnothing_i^2}; \varnothing_1 \neq \varnothing_2 \neq \dots \neq \varnothing_i; i=1, \dots, n_b \\ \sqrt{n_b \cdot \varnothing^2}; \varnothing_1 = \varnothing_2 = \dots = \varnothing_i \end{cases}$$

Za jednake profile:

$$\begin{aligned} n_b = 1 & \quad \varnothing_n = \varnothing \\ n_b = 2 & \quad \varnothing_n = \varnothing\sqrt{2} \\ n_b = 3 & \quad \varnothing_n = \varnothing\sqrt{3} \\ n_b = 4 & \quad \varnothing_n = 2\varnothing \end{aligned}$$

gde je:

- n_b broj šipki u svežnju, koji je ograničen na:
 $n_b \leq 4$ za vertikalne pritisnute šipke i šipke na dužini nastavljanja preklapanjem,
 $n_b \leq 3$ u svim drugim slučajevima.

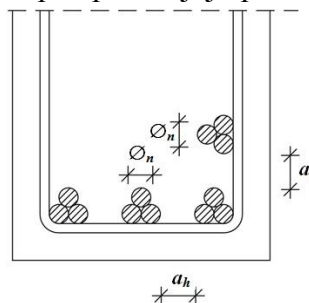
$$n_b = 2, \varnothing_{\max} = 32$$

$$\varnothing_{n,\max} \leq 55\text{mm} \Rightarrow \text{za : } n_b = 3, \varnothing_{\max} = 28$$

$$n_b = 4, \varnothing_{\max} = 25$$

Prečnik \varnothing_n je merodavan za određivanje zaštitnog sloja betona i čistog rastojanja između svežnjeva, s tim da se tako dobijene vrednosti odmeravaju od stvarnih spoljašnjih kontura profila armature u svežnju, slika 11.

Kada su dve šipke postavljene jedna iznad druge tako da se dodiruju i kada su uslovi prijanjanja betona i čelika dobri, nije potrebno da se za takve šipke primenjuju pravila za sveženjeve.



Slika 11. Nominalni prečnik svežnjeva

OBLIKOVANJE ARMATURE

Armatura treba da je što jednostavnija i za proizvodnju i za montažu. Minimalni prečnik valjka za savijanje armature, koji se daje kako bi se izbeglo oštećenje armature, prikazan je u tabeli 9.

Tabela 9. Minimalni prečnik valjka za savijanje armaturene šipke

a) za šipke i žicu

Prečnik šipke	Minimalni prečnik valjka za pravougaone kuke, polukružne kuke i petlje
$\varnothing \leq 16 \text{ mm}$	4 \varnothing
$\varnothing > 16 \text{ mm}$	7 \varnothing

b) za zavarenu savijenu armaturu i armaturene mreže savijene posle zavarivanja

Minimalni prečnik valjka	
 ili 	 ili 
5 \varnothing	$d \geq 3\varnothing$: 5 \varnothing $d < 3\varnothing$ ili zavarivanje u zoni krivine: 20 \varnothing
Napomena: Kada se armatura zavaruje u zoni krivine, prečnik valjka može da se smanji na 5 \varnothing ako se zavarivanje vrši u skladu sa prEN ISO 17660 Aneks B.	

Ne treba proveravati prečnik valjka zbog loma betona unutar krivine savijene šipke ako su ispunjeni uslovi:

- ankerovanje šipke ne zahteva dužinu pravog dela šipke posle kraja krivine veću od 5 \varnothing ,
- šipka se ne nalazi u uglu betonskog preseka (podrazumeva da ravan savijanja šipke nije blizu površine betona) i postoji poprečna šipka prečnika $\geq \varnothing$ unutar krivine,
- prečnik valjka je najmanje jednak preporučenim vrednostima datim u tabeli 9.

Ako uslovi nisu ispunjeni, prečnik valjka $\varnothing_{m,min}$ treba da se poveća na osnovu izraza:

$$\varnothing_m \geq F_{bt} \left[(1/a_b) + (1/2\varnothing) \right] / f_{cd}$$

gde je:

- F_{bt} sila zatezanja za granično stanje opterećenja u šipki ili grupi šipki koje su u kontaktu na početku krivine,
- a_b za datu šipku, ili grupu šipki koje su u kontaktu, polovina rastojanja od ose do ose šipki, ili grupa šipki, upravno na ravan savijanja.
Za šipke ili grupu šipki uz spoljašnje stranice elementa, za vrednost a_b treba uzeti da je jednaka zaštitnom sloju plus $\varnothing/2$,
- f_{cd} projektna (proračunska) vrednost čvrstoće pri pritisku u betonu. Ona ne treba da je veća od one koja odgovara klasi C55/67.

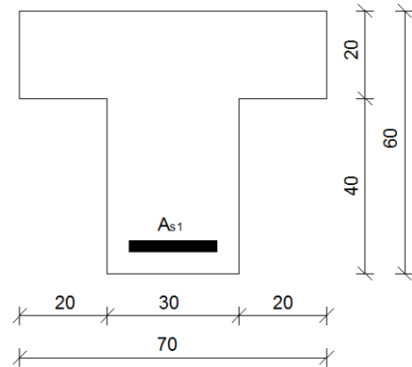
PRIMER 1

Na osnovu zadatih podataka usvojiti profile armature i odrediti njen zaštitni sloj i položaje profila u armirano-betonskoj gredi T preseka.

- armaturu postavljati kao odvojene šipke
- armaturu postavljati u svežnjeve sa po tri šipke u svežnju

Podaci:

- armatura: B500B, $A_{s1}^{req} = 27\text{cm}^2$
- beton: C30/37, trofrakcijski
- sredina: suva ili stalno mokra sredina, izaziva koroziju karbonacijom
- konstrukcija klase S4



a) Za $A_{s1}^{req} = 27\text{cm}^2$ usvaja se $9\text{Ø}20$ ($A_{s1}^{usv} = 28,26\text{cm}^2$) i uzengije UØ8.

$$A_{s1}^{req} = 27\text{cm}^2 < A_{s1}^{usv} = 28,26\text{cm}^2$$

Zaštitni sloj betona:

$$c_{min} = \max \begin{cases} c_{min,b} = 20\text{mm} \\ c_{min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add} = 10\text{mm} \\ 10\text{mm} \end{cases}$$

$\Rightarrow c_{min} = 20\text{mm}$ (zbog klase betona od C30/37 smanjuje se klasa konstrukcije u tabeli 6 za $c_{min,dur}$)

$$\Delta c_{dev} = 10\text{mm}$$

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} = 20 + 10 = 30\text{mm}$$

Dozvoljeno odstupanje zaštitnog sloja:

$$c_{nom} + |c_{(plus)}| > c > c_{nom} - |c_{(minus)}|$$

$$30 + 15 > c > 30 - 10$$

$$45 > c > 20\text{mm}$$

Minimalni horizontalni i vertikalni razmak između profila:

$$a_h, a_v \geq \begin{cases} 20\text{mm} \\ k_1 \cdot \text{Ø} = 1 \cdot 20 = 20\text{mm} \\ k_2 + d_g = 5 + 16 = 21\text{mm} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_v, a_h = 21\text{mm}$$

$$\text{Položaj težišta prvog reda armature: } d^I = c_{nom} + \text{Ø}_u + \frac{\text{Ø}}{2} = 30 + 8 + \frac{20}{2} = 48\text{mm}$$

Maksimalan broj horizontalnih razmaka profila u jednom redu:

$$m = \frac{b - 2 \cdot d^I}{a_h + \text{Ø}} = \frac{300 - 2 \cdot 48}{21 + 20} = 4,98 \Rightarrow m = 4$$

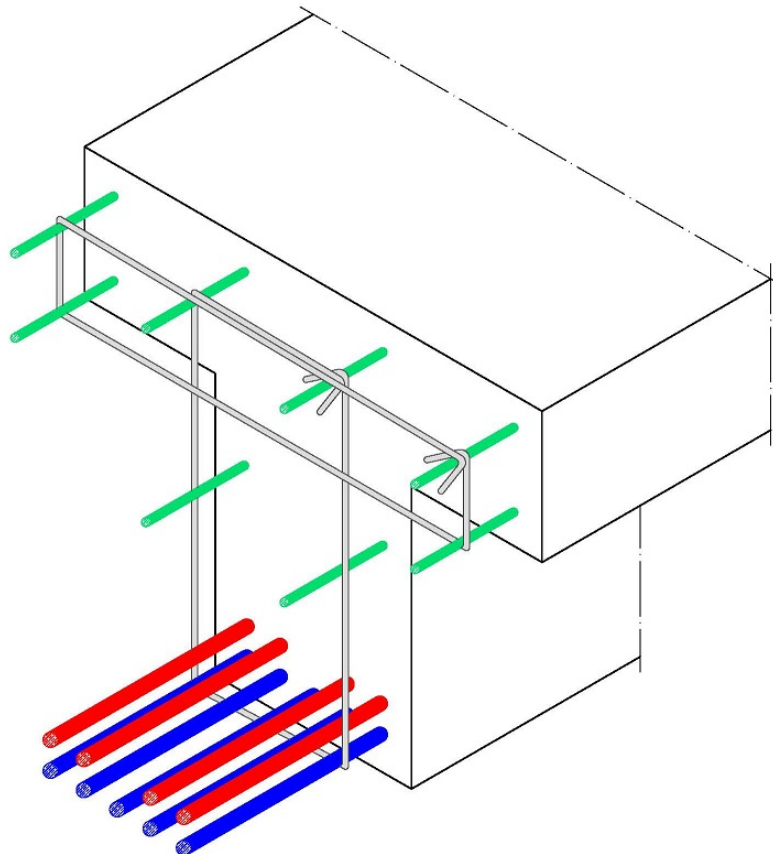
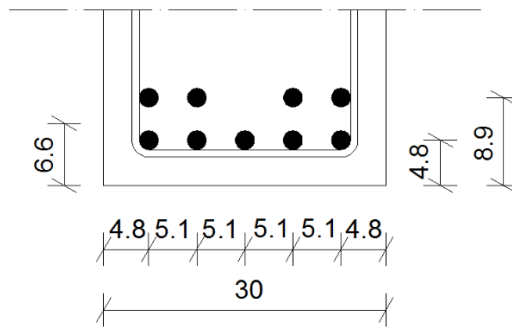
Broj profila u I redu: $n^I = m + 1 = 4 + 1 = 5$ kom

Broj profila u II redu: $n^{II} = n - n^I = 9 - 5 = 4$ kom

Položaj težišta drugog reda armature: $d^{II} = d^I + a_v + \emptyset = 48 + 21 + 20 = 89$ mm

Položaj težišta zategnute armature: $d_1 = \frac{n^I \cdot d^I + n^{II} \cdot d^{II}}{n} = \frac{5 \cdot 48 + 4 \cdot 89}{9} = 66,22$ mm

Stvaran horizontalni razmak profila: $a_{h,stv} = \frac{b - 2 \cdot d^I}{m} - \emptyset = \frac{300 - 2 \cdot 48}{4} - 20 = 31$ mm



b) Za $A_{s1}^{req} = 27 \text{ cm}^2$ usvaja se $3 \times 3 \emptyset 20$ ($A_{s1}^{usv} = 28,26 \text{ cm}^2$) i uzengije U $\emptyset 8$.

Broj profila u jednom svežnju: $n_b = 3$ kom

Prečnik nominalnog profila svežnja:

$\emptyset_n = \emptyset \cdot \sqrt{n_b} = 20 \cdot \sqrt{3} = 34,64 \text{ mm} \approx 36 \text{ mm} < \emptyset_{n,max} = 55 \text{ mm}$ ($n_b = 20 \rightarrow \emptyset = 20 \text{ mm} < \emptyset_{max} = 28 \text{ mm}$)

Zaštitni sloj betona:

$$c_{\min} = \max \begin{cases} c_{\min,b} = 36\text{mm} \\ c_{\min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add} = 10\text{mm} \\ 10\text{mm} \end{cases}$$

$\Rightarrow c_{\min} = 36\text{mm}$ (zbog klase betona od C30/37 smanjuje se klasa konstrukcije u tabeli 6 za $c_{\min,dur}$)

$$\Delta c_{dev} = 10\text{mm}$$

$$c_{nom} = c_{\min} + \Delta c_{dev} = 36 + 10 = 46\text{mm}$$

Dozvoljeno odstupanje zaštitnog sloja:

$$c_{nom} + |c_{(plus)}| > c > c_{nom} - |c_{(minus)}|$$

$$46 + 15 > c > 46 - 10$$

$$61 > c > 36\text{mm}$$

$$\text{Minimalni horizontalni i vertikalni razmak između profila: } a_h, a_v \geq \begin{cases} 20\text{mm} \\ k_1 \cdot \varnothing = 1 \cdot 36 = 36\text{mm} \\ k_2 + d_g = 5 + 16 = 21\text{mm} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_v, a_h = 36\text{mm}$$

$$\text{Položaj težišta prvog reda armature: } d^I = c_{nom} + \varnothing_u + \frac{\varnothing}{2} = 46 + 8 + \frac{36}{2} = 72\text{mm}$$

Maksimalan broj horizontalnih razmaka profila u jednom redu:

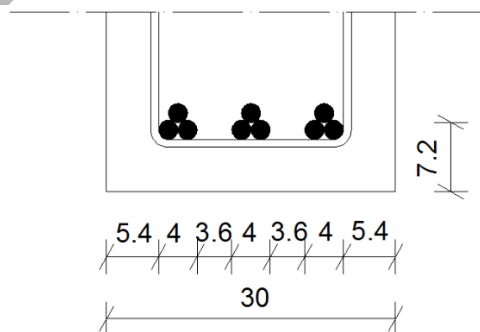
$$m = \frac{b - 2 \cdot d^I}{a_h + \varnothing} = \frac{300 - 2 \cdot 72}{36 + 36} = 2,17 \Rightarrow m = 2$$

Broj profila u I redu: $n^I = m + 1 = 2 + 1 = 3$ kom

Položaj težišta zategnute armature: $d_1 = d^I = 72\text{mm}$

Stvaran horizontalni razmak profila:

$$a_{h,stv} = \frac{b - 2 \cdot (c_{nom} + \varnothing_u + \varnothing)}{m} - 2 \cdot \varnothing = \frac{300 - 2 \cdot (46 + 8 + 20)}{2} - 2 \cdot 20 = 36\text{mm}$$

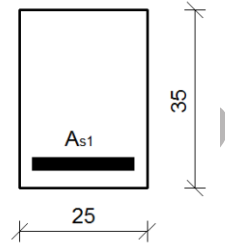


PRIMER 2

Za armirano-betonsku gredu pravougaonog poprečnog preseka, dimenzija $b/h=25/35\text{cm}$, odrediti raspored armature u preseku. Armiranje izvršiti korišćenjem $\varnothing 14$, $\varnothing 16$ ili njihove kombinacije za glavnu armaturu. Za uzengije uzeti $U\varnothing 8$, a za konstruktivnu $\varnothing 12$.

Podaci:

- armatura: B500B, $A_{s1}^{\text{req}}=13,97\text{cm}^2$
- beton: C35/45, trofrakcijski
- sredina: XC4
- konstrukcija klase S4



a) Za $A_{s1}^{\text{req}}=13,97\text{cm}^2$ usvaja se $10\varnothing 14$ ($A_{s1}^{\text{req}}=13,97\text{cm}^2 < A_{s1}^{\text{usv}}=15,39\text{cm}^2$)

$$\text{Zaštitni sloj betona: } c_{\min} = \max \begin{cases} c_{\min,b} = 14\text{mm} \\ c_{\min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add} = 30\text{mm} \\ 10\text{mm} \end{cases} \Rightarrow c_{\min} = 30\text{mm}$$

$$\Delta c_{dev} = 10\text{mm}$$

$$c_{nom} = c_{\min} + \Delta c_{dev} = 30 + 10 = 40\text{mm}$$

$$\text{Minimalni horizontalni i vertikalni razmak između profila: } a_h, a_v \geq \begin{cases} 20\text{mm} \\ k_1 \cdot \varnothing = 1 \cdot 14 = 14\text{mm} \\ k_2 + d_g = 5 + 16 = 21\text{mm} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_v, a_h = 21\text{mm}$$

$$\text{Položaj težišta prvog reda armature: } d^I = c_{nom} + \varnothing_u + \frac{\varnothing}{2} = 40 + 8 + \frac{14}{2} = 55\text{mm}$$

Maksimalan broj horizontalnih razmaka profila u jednom redu:

$$m = \frac{b - 2 \cdot d^I}{a_h + \varnothing} = \frac{250 - 2 \cdot 55}{21 + 14} = 4$$

$$\text{Broj profila u I redu: } n^I = m + 1 = 4 + 1 = 5\text{kom}$$

$$\text{Broj profila u II redu: } n^{II} = n - n^I = 10 - 5 = 5\text{kom}$$

Položaj težišta drugog reda armature:

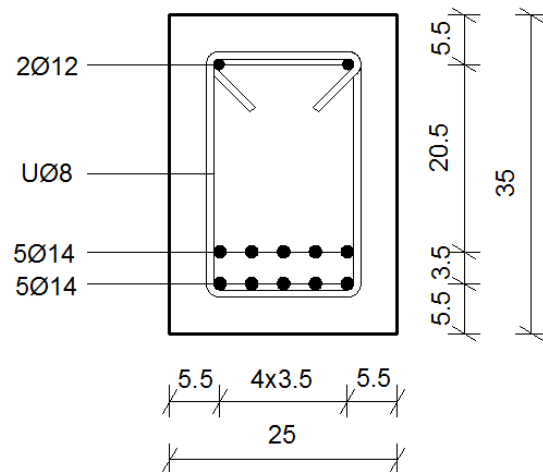
$$d^{II} = d^I + a_v + \varnothing = 55 + 21 + 14 = 90\text{mm}$$

Položaj težišta zategnute armature:

$$d_1 = \frac{n^I \cdot d^I + n^{II} \cdot d^{II}}{n} = \frac{5 \cdot 55 + 5 \cdot 90}{10} = 72,5\text{mm}$$

Stvaran horizontalni razmak profila:

$$a_{h,stv} = \frac{b - 2 \cdot d^I}{m} - \varnothing = \frac{250 - 2 \cdot 55}{4} - 14 = 21\text{mm}$$



b) Za $A_{s1}^{req}=13,97\text{cm}^2$ usvaja se $7\text{Ø}16$ ($A_{s1}^{req}=13,97\text{cm}^2 < A_{s1}^{usv}=14,07\text{cm}^2$)

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} = 30 + 10 = 40\text{mm}$$

$$a_v, a_h = 21\text{mm}$$

$$\text{Položaj težišta prvog reda armature: } d^I = c_{nom} + \text{Ø}_u + \frac{\text{Ø}}{2} = 40 + 8 + \frac{16}{2} = 56\text{mm}$$

Maksimalan broj horizontalnih razmaka profila u jednom redu:

$$m = \frac{b - 2 \cdot d^I}{a_h + \text{Ø}} = \frac{250 - 2 \cdot 56}{21 + 16} = 3,73 = 3$$

$$\text{Broj profila u I redu: } n^I = m + 1 = 3 + 1 = 4\text{kom}$$

$$\text{Broj profila u II redu: } n^{II} = n - n^I = 7 - 4 = 3\text{kom}$$

Položaj težišta drugog reda armature:

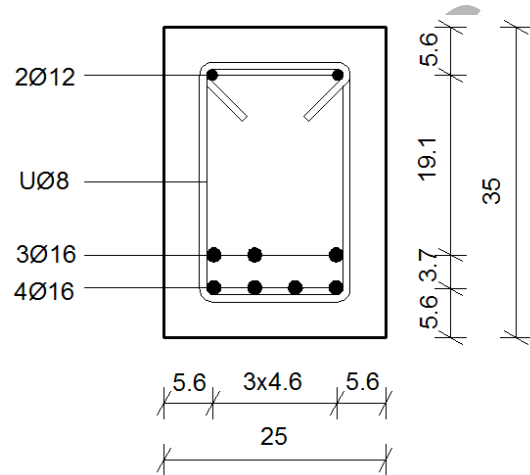
$$d^{II} = d^I + a_v + \text{Ø} = 56 + 21 + 16 = 93\text{mm}$$

Položaj težišta zategnute armature:

$$d_1 = \frac{n^I \cdot d^I + n^{II} \cdot d^{II}}{n} = \frac{4 \cdot 56 + 3 \cdot 93}{7} = 71,86\text{mm}$$

Stvaran horizontalni razmak profila:

$$a_{h,stv} = \frac{b - 2 \cdot d^I}{m} - \text{Ø} = \frac{250 - 2 \cdot 56}{3} - 16 = 30\text{mm}$$



c) Za $A_{s1}^{req}=13,97\text{cm}^2$ usvaja se $4\text{Ø}14$ i $4\text{Ø}16$ ($A_{s1}^{req}=13,97\text{cm}^2 < A_{s1}^{usv}=8,04+6,16=14,2\text{cm}^2$)

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} = 30 + 10 = 40\text{mm}$$

$$a_v, a_h = 21\text{mm}$$

$$\text{Položaj težišta prvog reda armature (teža armatura): } d^I = c_{nom} + \text{Ø}_u + \frac{\text{Ø}_I}{2} = 40 + 8 + \frac{16}{2} = 56\text{mm}$$

$$\text{Stvaran horizontalni razmak profila u prvom redu: } a_{h,stv} = \frac{b - 2 \cdot d^I}{m} - \text{Ø}_I = \frac{250 - 2 \cdot 56}{3} - 16 = 30\text{mm}$$

$$\text{Broj profila u I redu: } n^I = 4\text{kom}$$

Položaj težišta drugog reda armature:

$$d^{II} = d^I + a_v + \frac{\text{Ø}_I}{2} + \frac{\text{Ø}_{II}}{2} = 56 + 21 + 8 + 7 = 92\text{mm}$$

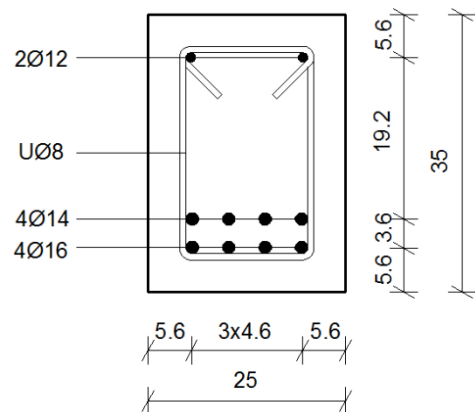
Stvaran horizontalni razmak profila:

$$a_{h,stv} = \frac{b - 2 \cdot d^I}{m} - \text{Ø}_{II} = \frac{250 - 2 \cdot 56}{3} - 14 = 32\text{mm}$$

$$\text{Broj profila u II redu: } n^{II} = 4\text{kom}$$

Položaj težišta zategnute armature:

$$d_1 = \frac{A_s^I \cdot d^I + A_s^{II} \cdot d^{II}}{A_{s1}} = \frac{8,04 \cdot 5,6 + 6,16 \cdot 9,2}{14,2} = 71,62\text{mm}$$



TEORIJA BETONSKIH KONSTRUKCIJA 1

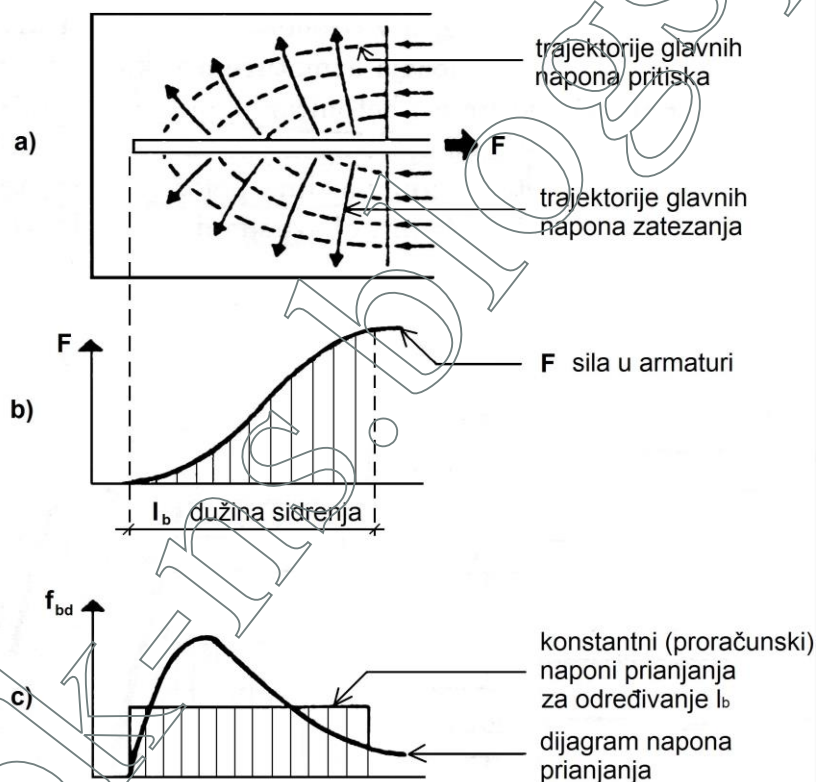
vežbe br. 2 (2 časa)

ANKEROVANJE ARMATURE

ANKEROVANJE PODUŽNE ARMATURE

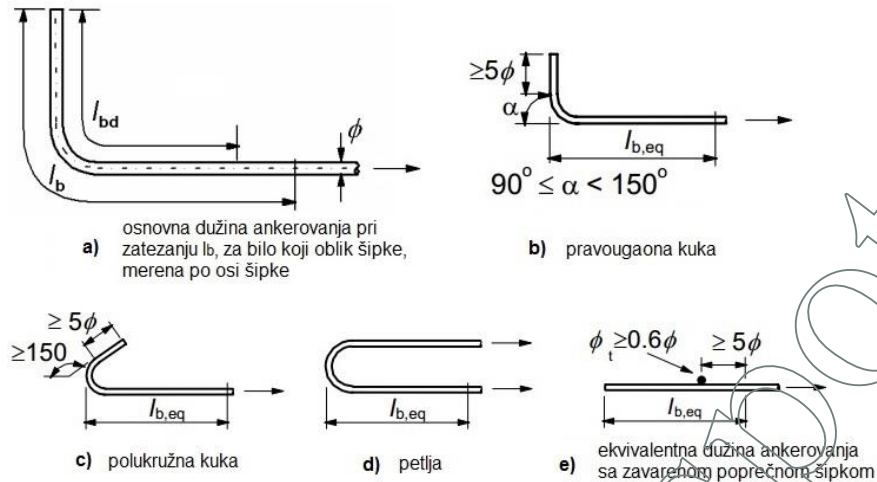
Da bi armatura mogla da izvrši svoju funkciju mora na krajevima biti dobro ankerovana (usidrena), slika 1 a) i b). Na dužini ankerovanja l_b sila se iz armature prenosi na beton. Armaturene šipke, žice ili zavarene armaturene mreže moraju biti tako ankerovane da pri prenosu sile prijanjanja ne dođe do podužnih prslina ili odlamanja betona.

Prenos sile F iz armature na beton (na dužini sidrenja l_b) obezbeđuje se putem napona prijanjanja armature i betona, slika 1 c).



Slika 1. Raspodela glavnih napona na dužini sidrenja armaturene šipke kao i raspodela napona prijanjanja

Najjednostavnije sidrenje je produžavanje armature za određenu dužinu što predstavlja ankerovanje pravim završetkom šipke. Produžavanje počinje od preseka u kojem armatura prestaje da bude potrebna za prijem uticaja. Pored pravog završetka postoje i drugi načini ankerovanja koji su prikazani na slici 2.



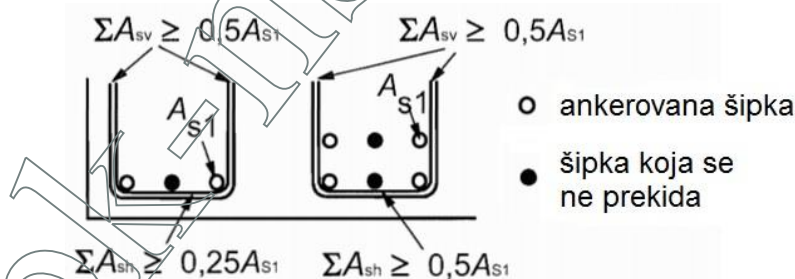
Slika 2. Načini ankerovanja za šipke i žice

Pri ankerovanju pritisnute armature ne preporučuju se pravougaone i polukružne kuke jer u toj zoni dolazi do značajne preraspodele napona izazvanih tečenjem i skupljanjem betona. Nepravilno oblikovan završetak pritisnute armature (posebno velikih prečnika) može izazvati oštećenja elemenata.

Kada se koriste šipke velikih prečnika ϕ_{large} (vrednost se daje u Nacionalnom aneksu, a preporučena vrednost prema EC2 je 32mm) ankerovanje se izvodi mehaničkim uređajima za ankerovanje čiji zahtevi za testiranje treba da budu u skladu sa odgovarajućim standardom proizvoda ili Evropskim tehničkim odobrenjem.

Ukoliko se šipke velikih prečnika ankeruju kao prave šipke treba da se predvide uzengije ili drugi oblici poprečne armature za utezanje betona jer su sile cepanja u zoni ankerovanja veće nego kod šipki manjih prečnika.

Kada u zonama ankerovanja šipki velikih prečnika sa pravim završetkom nema poprečnog pritiska, osim armature za smicanje treba obezbediti i poprečnu armaturu koja ne treba da bude manja od vrednosti, slika 3:



Slika 3. Dodatna poprečna armatura pri ankerovanju šipki velikih prečnika, bez poprečnog pritiska - u pravcu paralelnom zategnutoj strani preseka:

$$A_{sh} = 0,25A_s n_1$$

- u pravcu upravnom na zategnutu stranu:

$$A_{sv} = 0,25A_s n_2$$

gde je:

A_s površina preseka ankerovane šipke,

n_1 broj slojeva sa šipkama ankerovanim u istom preseku elementa,

n_2 broj šipki ankerovanih u svakom sloju.

U primeru na slici 3 levo, $n_1 = 1$, $n_2 = 2$, dok je desno $n_1 = 2$, $n_2 = 2$.

Dodatna poprečna armatura mora biti uniformno raspoređena u zoni ankerovanja, a rastojanje šipki ne treba da je veće od 5 prečnika podužne armature.

Iz uslova da ne dođe do "proklizavanja" armature kroz beton, što podrazumeva da sila prijanjanja između armature i betona na dužini sidrenja mora biti najmanje jednaka sili koju armatura može da ponese, određuje se dužina sidrenja.

Osnovna potrebna dužina ankerovanja $l_{b,rqd}$, za ankerovanje sile $A_s \sigma_{sd}$ u pravouj šipki, uz konstantan napon prijanjanja f_{bd} , slika 1, dobija se iz izraza:

$$l_{b,rqd} \cdot \pi \cdot \varnothing \cdot f_{bd} = \frac{\varnothing^2 \pi}{4} \cdot \sigma_{sd} \Rightarrow l_{b,rqd} = \frac{\varnothing \cdot \sigma_{sd}}{4 \cdot f_{bd}}$$

gde je: σ_{sd} proračunski napon u šipki, u preseku od kojeg se meri dužina ankerovanja,
 f_{bd} proračunska vrednost graničnog napona prijanjanja, koja mora biti dovoljna da ne dođe do loma prijanjanja betona i čelika: $f_{bd} = 2,25 \eta_1 \eta_2 f_{ctd}$

gde je:

f_{ctd} proračunska vrednost čvrstoće betona pri zatezanju određena izrazom:

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_c}, \quad \text{gde je:}$$

$f_{ctk,0,05}$ karakteristična vrednost čvrstoće betona pri aksijalnom zatezanju,
 γ_c parcijalni koeficijent sigurnosti za beton (za granična stanja nosivosti):

1,5 (za uobičajene kombinacije: stalne i prolazne),
 1,2 (za incidentne kombinacije);

α_{ct} koeficijent kojim se uzimaju u obzir uticaji dugotrajnosti dejstva na čvrstocu betona pri zatezanju i nepovoljni uticaji usled načina na koji deluje opterećenje. Vrednost se definiše Nacionalnim aneksom, a EC2 preporučuje vrednost 1,0.

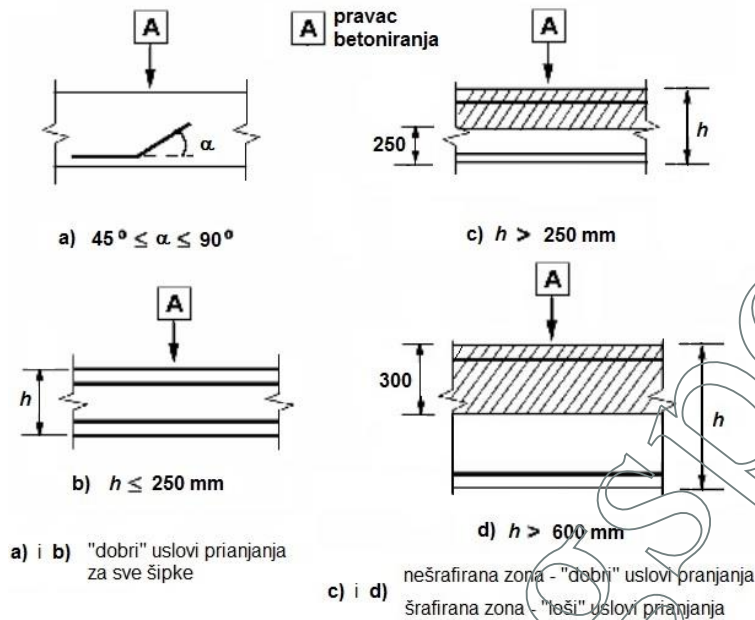
η_1 koeficijent koji se odnosi na kvalitet uslova za prijanjanje i položaj šipke u elementu za vreme betoniranja, slika 4,
 $\eta_1 = 1,0$ kada su uslovi "dobri",
 $\eta_1 = 0,7$ za sve ostale slučajeve i za šipke u konstrukcijskim elementima koji se betoniraju u kliznoj oplati, ukoliko se ne dokaže da su uslovi "dobri".

η_2 koeficijent koji zavisi od prečnika šipke:

$\eta_2 = 1,0$ za $\varnothing \leq 32$ mm,
 $\eta_2 = (132 - \varnothing) / 100$ za $\varnothing > 32$ mm.

Za savijene šipke osnovna dužina ankerovanja l_b i proračunska dužina l_{bd} se mere duž ose šipke, slika 2.

Ako zavarene armaturene mreže imaju udvojene žice ili šipke, u izrazu za $l_{b,rqd}$ prečnik \varnothing se mora zameniti sa ekvivalentnim prečnikom $\varnothing_n = \varnothing \sqrt{2}$.



Slika 4. Dobri i loši uslovi priranja betona i armature

Proračunska dužina sidrenja l_{bd} se dobija redukovanjem potrebne dužine sidrenja $l_{b,rqd}$, kada nosivost šipke na mestu sidrenja nije iskorišćena, prema izrazu:

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} \geq l_{b,min}$$

$\max \left\{ \begin{array}{l} 0,3l_{b,rqd} \\ 10\varnothing \\ 100\text{mm} \end{array} \right.$ (za ankerovanje zategnute armature)

$\max \left\{ \begin{array}{l} 0,6l_{b,rqd} \\ 10\varnothing \\ 100\text{mm} \end{array} \right.$ (za ankerovanje pritisnute armature)

gde su koeficijenti, tabela 1:

α_1 - za uticaj oblika šipki pretpostavljajući adekvatan zaštitni sloj, slika 2,

α_2 - za uticaj minimalnog zaštitnog sloja betona, slika 5,

α_3 - za uticaj utezanja betona poprečnom armaturom,

α_4 - za uticaj jedne ili više zavarenih poprečnih šipki ($\varnothing_t > 0,6\varnothing$) na proračunskoj dužini ankerovanja l_{bd} , slika 8,

α_5 - za uticaj pritiska upravno na ravan cepanja na proračunskoj dužini ankerovanja l_{bd} .

Proizvod ($\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3$) treba da bude $\geq 0,7$.

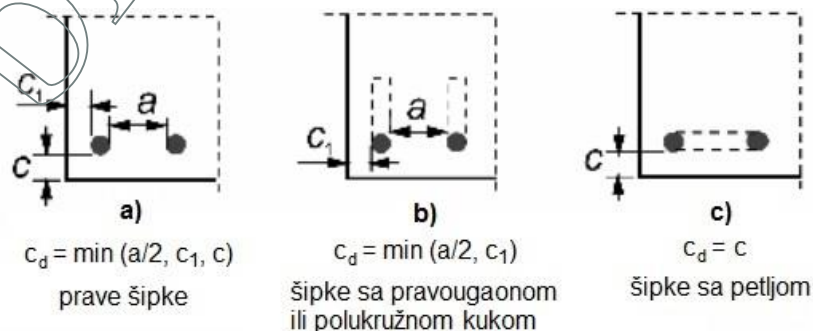
Ankerovanje pojedinih oblika zategnute armature, kao na slici 2, može se obezbediti ekvivalentnom dužinom ankerovanja $l_{b,eq}$, slika 2, koja se izračunava prema izrazu:

$\alpha_1 l_{b,rqd}$ za oblike date na slici 2 b), c) i d), (za α_1 videti tabelu 1),

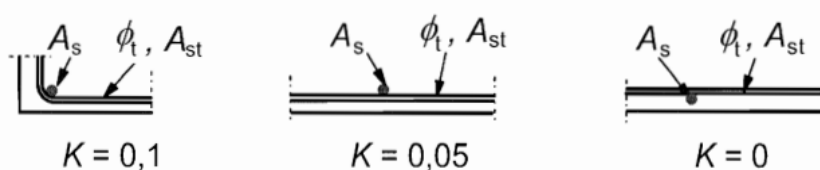
$\alpha_4 l_{b,rqd}$ za oblik dat na slici 2 e) (za α_4 videti tabelu 1).

Tabela 1. Vrednosti koeficijenata α_1 , α_2 , α_3 , α_4 i α_5

Faktor koji utiče na veličine koeficijenata	Način ankerovanja	Šipka armature	
		zategnuta	pritisnuta
Oblik šipki	prava šipka	$\alpha_1 = 1,0$	$\alpha_1 = 1,0$
	drugačiji oblici osim prave šipke (videti sliku 2 b), c), d))	$\alpha_1 = 0,7$ ako je $c_d > 3\emptyset$ ako to nije slučaj $\alpha_1 = 1,0$ (videti sliku 5 za vrednosti c_d)	$\alpha_1 = 1,0$
Zaštitni sloj betona	prava šipka	$\alpha_2 = 1 - 0,15 (c_d - \emptyset) / \emptyset$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_2 = 1,0$
	drugačiji oblici osim prave šipke (videti sliku 2 b), c), d))	$\alpha_2 = 1 - 0,15 (c_d - 3\emptyset) / \emptyset$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$ (videti sliku 5 za vrednosti c_d)	$\alpha_2 = 1,0$
Utezanje poprečnom armaturom koja nije zavarena za glavnu armaturu	svi načini ankerovanja	$\alpha_3 = 1 - K\lambda$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_3 = 1,0$
Utezanje zavarenom poprečnom armaturom*	svi načini, položaj i veličina određeni kao na slici 2 e)	$\alpha_4 = 0,7$	$\alpha_4 = 0,7$
Utezanje poprečnim pritiskom	svi načini ankerovanja	$\alpha_5 = 1 - 0,04 p$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	-
gde je:			
$\lambda = (\Sigma A_{st} - \Sigma A_{st,min}) / A_s$			
ΣA_{st} površina preseka poprečne armature na proračunskoj dužini ankerovanja l_{bd}			
$\Sigma A_{st,min}$ površina preseka minimalne poprečne armature = $0,25 A_s$ za grede i 0 za ploče			
A_s površina jedne ankerovane šipke sa maksimalnim prečnikom šipke			
K vrednosti prikazane na slici 6			
p poprečni pritisak [MPa] u graničnom stanju nosivosti, na dužini l_{bd} .			
* Za direktne oslonce l_{bd} može da se uzme manje od $l_{bd,min}$, pod uslovom da postoji najmanje jedna zavarena poprečna žica unutar oslonca. Ta žica mora da bude na rastojanju od najmanje 15 mm od ivice oslonca.			



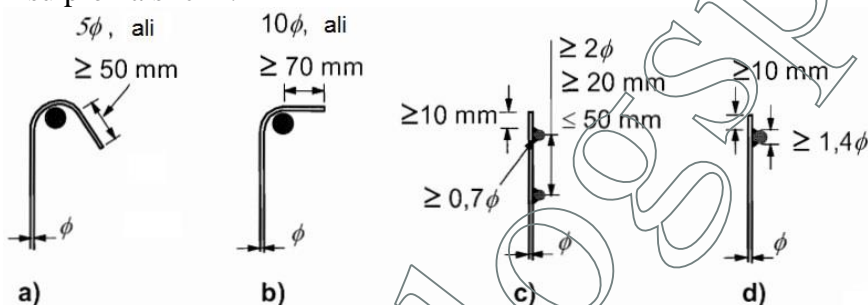
Slika 5. Vrednosti c_d za grede i ploče



Slika 6. Vrednosti K za grede i ploče

ANKEROVANJE UZENGIJA I ARMATURE ZA SMICANJE

Varijante ankerovanja uzengija i armature za smicanje, pravougaone ili polukružne kuke (u oba slučaja treba predvideti podužnu šipku) ili zavarene poprečna armatura, prikazane su na slici 7. Uglovi savijanja definisani su prema slici 2.

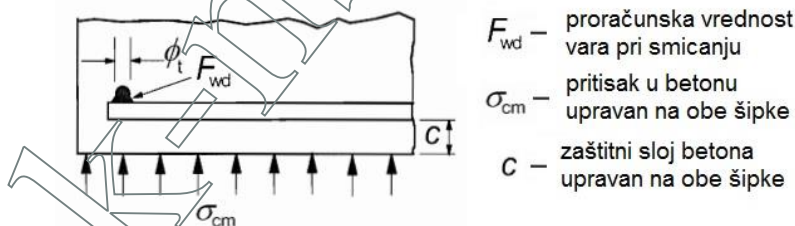


Napomena: Za c) i d) zaštitni sloj betona ne treba da bude manji od 3ϕ ili 50 mm

Slika 7. Ankerovanje uzengija

ANKEROVANJE SA ZAVARENIM ŠIPKAMA

Pored već pomenutih, ankerovanje se može obezbediti i sa poprečno zavarenim šipkama koje se oslanjaju na beton, slika 8. Treba dokazati da je kvalitet zavarenih spojeva zadovoljavajući.

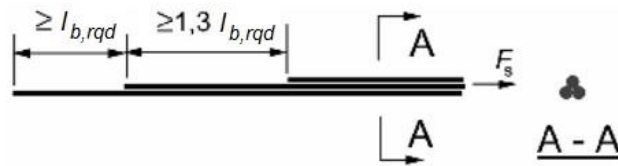


Slika 8. Ankerovanje sa zavarenom poprečnom šipkom

ANKEROVANJE SVEŽNJEVA ŠIPKI

Svežnjevi šipki koje su zategnute mogu da se prekidaju iznad krajnjih i srednjih oslonaca. Ukoliko je ekvivalentni prečnik $\phi_n < 32$ mm mogu da se prekinu u blizini oslonaca bez smaknutog rasporeda prekida pojedinačnih šipki.

Ako je ekvivalentni prečnik $\phi_n \geq 32$ mm, kada se ankerovanje izvodi u blizini oslonaca, šipke treba da budu smaknute u podužnom pravcu, prema slici 9.



Slika 9. Ankerovanje šipki u svežnju smaknutih na većim rastojanjima

Kada su šipke u svežnju smaknute na rastojanju većem od $1,3 l_{b,rqd}$ ($l_{b,rqd}$ određeno prema prečniku šipke), za određivanje l_{bd} može se uzeti prečnik šipke, slika 9. U suprotnom, treba koristiti ekvivalentni prečnik svežnja ϕ_n .

Kod svežnjeva šipki koje su pritiskute, pri ankerovanju, nije potrebno smaknuti raspored prekida šipki. Ako je ekvivalentni prečnik $\phi_n \geq 32$ mm, najmanje 4 uzengije prečnika ≥ 12 mm treba da se predvide na krajevima svežnja, a još jedna uzengija treba da se rasporedi neposredno posle kraja šipke koja se na tom mestu završava.

NASTAVLJANJE ARMATURE

Zbog ograničenih proizvodnih dužina armature, zbog uslova transporta, montaže i građenja elemenata mora se nastaviti armatura.

Nastavljanjem se obavlja prenos sile sa jedne na drugu armaturu i može se obaviti:

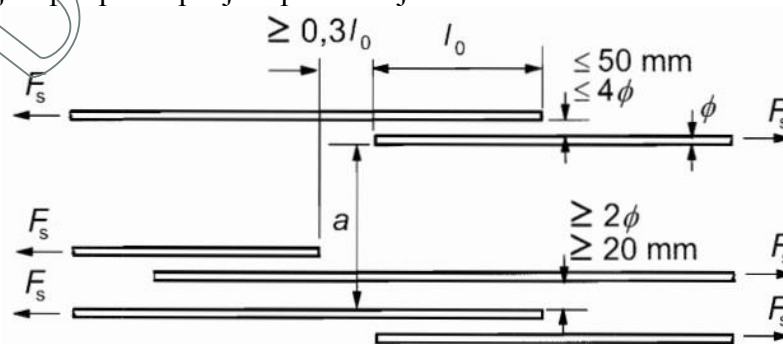
- preklapanjem šipki (gde je beton posrednik u prenosu sile sa jedne na drugu armaturu) sa ili bez pravougaonih ili polukružnih kuka,
- zavarivanjem (beton nije posrednik u prenosu sile, mora se dokazati pre svoje primene),
- mehaničkim nastavcima (beton nije posrednik u prenosu sile, mora se dokazati pre svoje primene).

PREKLAPANJEM

Konstruktivski detalji nastavljanja šipki treba da obezbede prenos sile sa jedne na drugu šipku, da spreče odlamanje betona u okolini nastavaka i da ne dozvole pojavu prslina velike širine koje bi nepovoljno uticale na svojstva konstrukcije.

Nastavci moraju biti smaknuti i raspoređeni van područja velikih momenata/sila i treba da su simetrično raspoređeni u svim preseccima.

Raspored nastavljanja šipki preklapanjem prikazan je na slici 10.



Slika 10. Susedni nastavci šipki preklapanjem

Ukoliko su ispunjeni zahtevi na slici 10,

- za zategnute šipke raspoređene u jednom redu po visini preseka dozvoljeni procenat nastavljanja preklapanjem je 100%. Ako su šipke raspoređene u više redova po visini preseka, taj procenat je 50%.
- sve pritisnute šipke se mogu nastaviti preklapanjem u istom preseku.

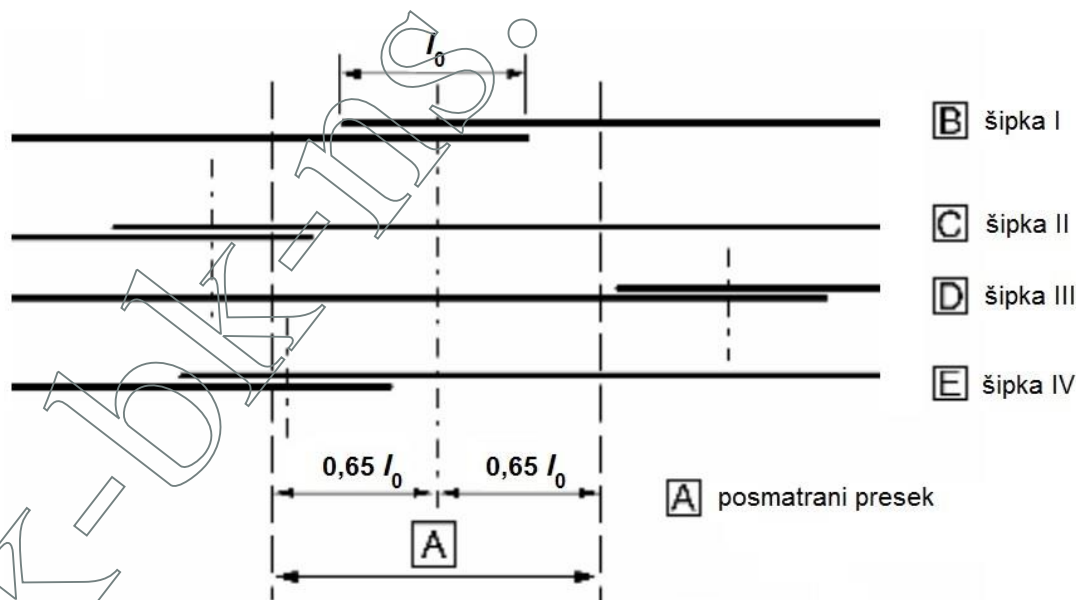
Proračunska dužina preklapanja izračunava se prema izrazu:

$$l_0 = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 \alpha_6 l_{b,rqd} \geq l_{0,\min} > \max \begin{cases} 0,3 \alpha_6 l_{b,rqd} \\ 15\varnothing \\ 200\text{mm} \end{cases}$$

Vrednosti α_1 , α_2 , α_3 i α_5 se uzimaju iz tabele 1, ali za sračunavanje α_3 , za $\sum A_{st,\min}$ treba uzeti $1,0A_s(\sigma_{sd}/f_{yd})$, gde je A_s površina jedne šipke koja se nastavlja preklapanjem. Vrednost $\alpha_6 = (\rho_1/25)^{0,5}$, ali ne više od 1,5 niti manje od 1,0, gde je ρ_1 procenat armature nastavljene preklapanjem na dužini od $0,65l_0$ od sredine dužine posmatranog nastavka preklapanjem, slika 11. Vrednosti α_6 date su u tabeli 2.

Tabela 2. Vrednosti koeficijenta α_6

Procenat šipki nastavljenih preklapanjem u odnosu na ukupnu površinu armature u poprečnom preseku	< 25%	33%	50%	> 50%
α_6	1	1,15	1,4	1,5
Napomena: Međuvrednosti mogu da se odrede interpolacijom.				



Slika 11. Procenat šipki nastavljenih preklapanjem u istom preseku

U primeru na slici 11, šipke II i III su van posmatranog preseka, a procenat nastavljenih šipki 50% i koeficijent $\alpha_6 = 1,4$.

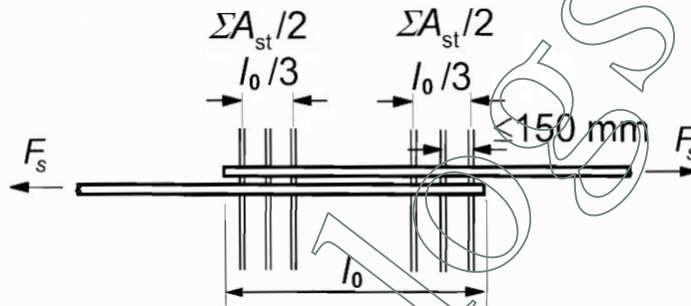
Poprečna armatura u zoni preklapanja

- za zategnute šipke
Potrebna je za prihvatanje poprečnih sila zatezanja u zoni preklapanja.

Pri nastavljanju preklapanjem:

- šipki $\varnothing \geq 20\text{mm}$,

mora se postaviti poprečna armatura ukupne površine ΣA_{st} (zbir površina svih poprečnih šipki ili stranica uzengija paralelnih sloju armature koja se nastavlja preklapanjem). $\Sigma A_{st} \geq 1,0A_s$ (površina jedne šipke nastavljene preklapanjem). Poprečna armatura se raspoređuje upravno na pravac armature koja se nastavlja preklapanjem, između te armature i površine betona, slika 12.

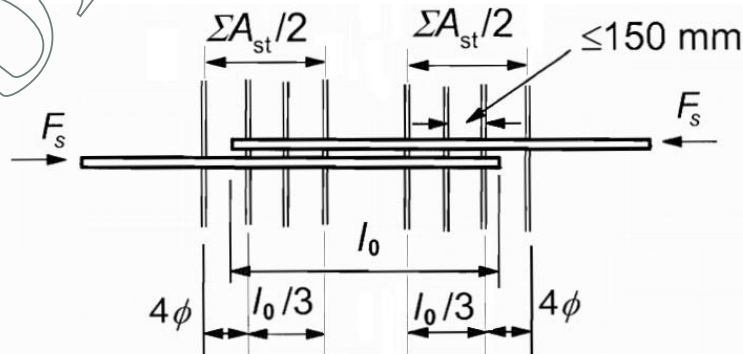


Slika 12. Poprečna armatura za nastavljanje preklapanjem zategnutih šipki

- šipki $\varnothing < 20\text{mm}$ i sa procentom nastavljanja $< 25\%$ u istom preseku, nije potrebna posebna poprečna armatura, jer postojeće uzengije kod greda ili podeona armatura kod ploča su dovoljne za prihvatanje poprečnih sila zatezanja.

Ako je više od 50% armature nastavljeno preklapanjem u jednom preseku i ako je rastojanje $a \leq 10\varnothing$, slika 10, poprečna armatura je u obliku uzengija ili U šipki (ukosnice), ankerovanih unutar poprečnog preseka.

- za pritisnute šipke
Pored zahteva za zategnute žice, treba postaviti još po jednu šipku poprečne armature raspoređenu izvan oboja kraja nastavka, prema slici 13.

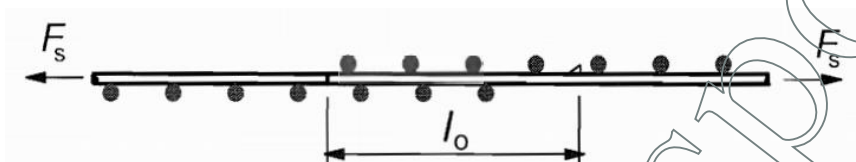


Slika 13. Poprečna armatura za nastavljanje preklapanjem pritisnutih šipki

Zavarene armaturne mreže

Nastavljanje preklapanjem **glavne armature** može biti:

- sa glavnom armaturom u istoj ravni, slika 14,
dispozicija preklapanja glavnih podužnih šipki treba da je skladu sa zahtevima na slici 10. Koeficijent $\alpha_3 = 1,0$ zbog zanemarenja pozitivnih uticaja poprečnih šipki. Ovaj način nastavljanja treba usvojiti kada je element opterećen na zamor.



Slika 14. Nastavljanje glavne armature zavarene armaturne mreže u istoj ravni (podužni presek)

- sa mrežama u ravnima, jednoj iznad druge, slika 15,
nastavci glavne armature treba da se predvide u zonama gde sračunati napon u armaturi pri GSN nije veći od 80% proračunske čvrstoće. Nastavljanje mreža treba da bude smaknuto za najmanje $1,3l_0$.



Slika 15. Nastavljanje glavne armature zavarene armaturne mreže u različitim slojevima (podužni presek)

Procenat glavne armature koja se može nastaviti:

- sa glavnom armaturom u istoj ravni,
važe vrednosti date u tabeli 2,
- sa mrežama u različitim slojevima,
zavisi od specifične površine poprečnog preseka armaturne mreže u preseku $(A_s/s)_{prov}$,
gde je s rastojanje žica:
 - 100 % ako je $(A_s/s)_{prov} \leq 1200 \text{ mm}^2/\text{m}$,
 - 60 % ako je $(A_s/s)_{prov} > 1200 \text{ mm}^2/\text{m}$.

Dodatna poprečna armatura u zoni preklapanja nije potrebna.

Sva sekundarna ili podeona armatura može da se nastavi preklapanjem u istom preseku. Minimalne dužine preklapanja prikazane su u tabeli 3. Dužina preklapanja dve sekundarne šipke treba da pokriva najmanje dve glavne šipke mreže.

Tabela 3. Minimalne dužine preklapanja za sekundarne žice armaturnih mreža

Prečnik sekundarnih žica (mm)	Dužine preklapanja
$\varnothing \leq 6$	≥ 150 mm; najmanje jedno polje mreže
$6 < \varnothing \leq 8,5$	≥ 250 mm; najmanje dva polja mreže
$8,5 < \varnothing \leq 12$	≥ 350 mm; najmanje dva polja mreže

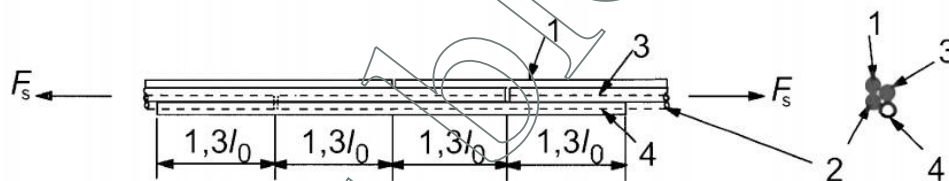
Nastavljanje svežnjeva šipki

U izrazu za dužinu preklapanja pojedinačnih šipki l_0 , koristi se ekvivalentni prečnik \varnothing_n .

Ako se svežnjevi sastoje:

- od dve šipke sa $\varnothing_n \geq 32$ mm, ili od tri šipke,

pojedinačne šipke treba da budu smaknute u podužnom pravcu za najmanje $1,3l_0$, prema slici 16, gde se l_0 sračunava prema prečniku pojedinačne šipke. Na slici 16, šipka broj 4 se koristi kao šipka za preklapanje. Mora se voditi računa da ne bude više od četiri šipke u bilo kojem preseku u kojem se svežanj nastavlja preklapanjem. Svežnjevi sa više od tri šipke ne treba da se nastavljaju preklapanjem.



Slika 16. Nastavak preklapanjem zategnutog svežnja

- od dve šipke sa $\varnothing_n < 32$ mm,

moгу se svežnjevi nastaviti preklapanjem bez smaknutih prekida pojedinačnih šipki. Za proračun l_0 uzima se ekvivalentni prečnik \varnothing_n .

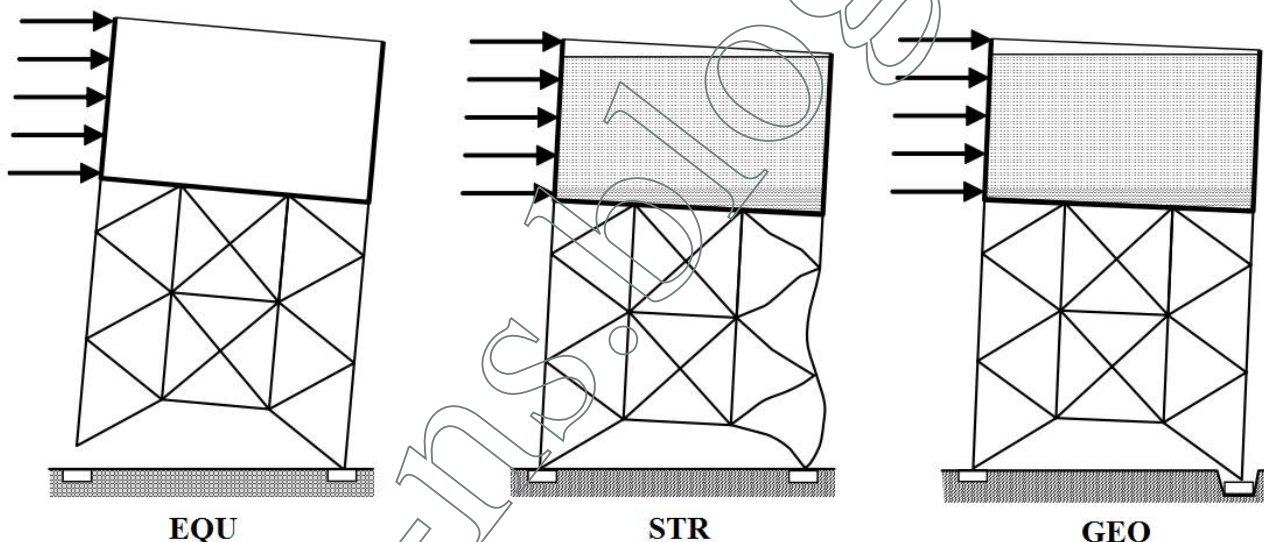
TEORIJA BETONSKIH KONSTRUKCIJA 1

vežbe br. 3 (2 časa)

TEORIJA GRANIČNOG STANJA NOSIVOSTI (TEORIJA LOMA)

Prema Evrokodu 0 moraju se proračunski dokazati, kada su relevantna, sledeća granična stanja nosivosti, slika 1:

- EQU - gubitak statičke ravnoteže konstrukcije, ili bilo kojeg njenog dela, posmatranih kao kruto telo, kada čvrstoća konstrukcijskih materijala ili tla, generalno, nemaju uticaja;
- STR - unutrašnji lom, ili prevelika deformacija konstrukcije, ili konstrukcijskih elemenata, uključujući temeljne stope, šipove, podrumne zidove i dr., kada čvrstoća konstrukcijskih materijala ima uticaja;
- GEO - lom ili prevelika deformacija tla, kada čvrstoće tla, ili stene, imaju značajnog uticaja, pri određivanju nosivosti;
- FAT - lom usled zamora materijala konstrukcije, ili konstrukcijskih elemenata.

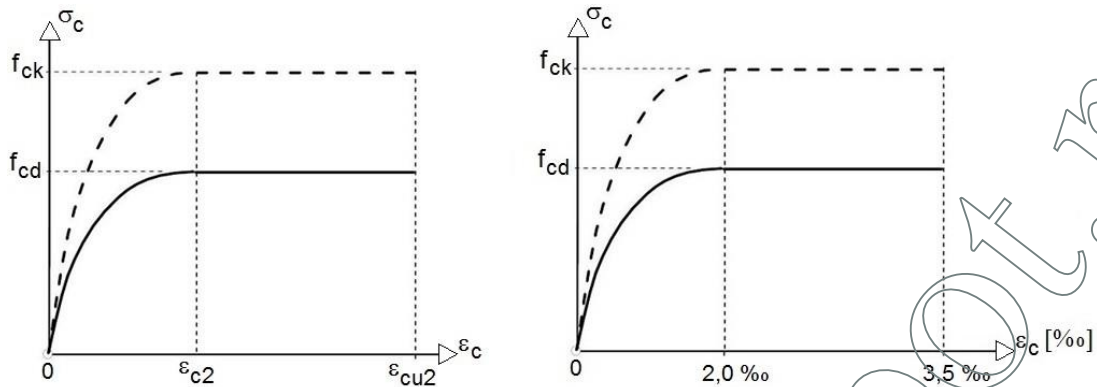


Slika 1. Granična stanja nosivosti

STR granično stanje

Pretpostavke teorije:

- Bernulijeva hipoteza o ravnim presecima (presek ostaje ravan i nakon deformacije nosača),
- uslov kompatibilnosti po dilatacijama na spoju armature i betona ($\epsilon_s = \epsilon_c$), zahvaljujući koeficijentu termičkog širenja armature i betona koji je istog reda veličine $\alpha_t = 10^{-5} (1/^\circ\text{C})$,
- beton ne nosi ništa u zategnutom delu preseka, tj. napon u betonu na zatezanje je nula,
- radni dijagram betona RDB (parabola-prava), slika 2.



Slika 2. Radni dijagram betona

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \text{za } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}$$

$$\sigma_c = f_{cd} \quad \text{za } \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}$$

$$\sigma_c = \begin{cases} \frac{f_{cd}}{4} (4 - \varepsilon_c) \varepsilon_c & \text{za } 0 \leq \varepsilon_c \leq 2,0\text{‰} \\ f_{cd} & \text{za } 2,0\text{‰} \leq \varepsilon_c \leq 3,5\text{‰} \end{cases}$$

Kako EC2 definiše parcijalni koeficijent za materijale, koristi se u proračunu vrednost f_{cd} koja predstavlja projektну (proračunsku) vrednost čvrstoće pri pritisku u betonu koja se dobija izrazom:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

gde je:

f_{ck} karakteristična vrednost čvrstoće betona cilindra pri pritisku u starosti od 28 dana, data u tabeli 1 u zavisnosti od klase betona ($\leq 50/60$)

γ_c parcijalni koeficijent sigurnosti za beton:

1,5 (za uobičajene kombinacije: stalne i prolazne),

1,2 (za incidentne kombinacije);

α_{cc} koeficijent kojim se uzimaju u obzir uticaji dugotrajnosti dejstva na čvrstoću betona pri pritisku, kao i nepovoljni efekti načina nanošenja opterećenja. Vrednost se definiše Nacionalnim aneksima, treba da bude od 0,8 do 1,0, a EC2 preporučuje vrednost 1,0, dok SRPS EN 1992-1-1/NA:2015 usvaja vrednost 0,85.

Tabela 1. Mehaničke karakteristike za klase betona $C \leq 50/60$

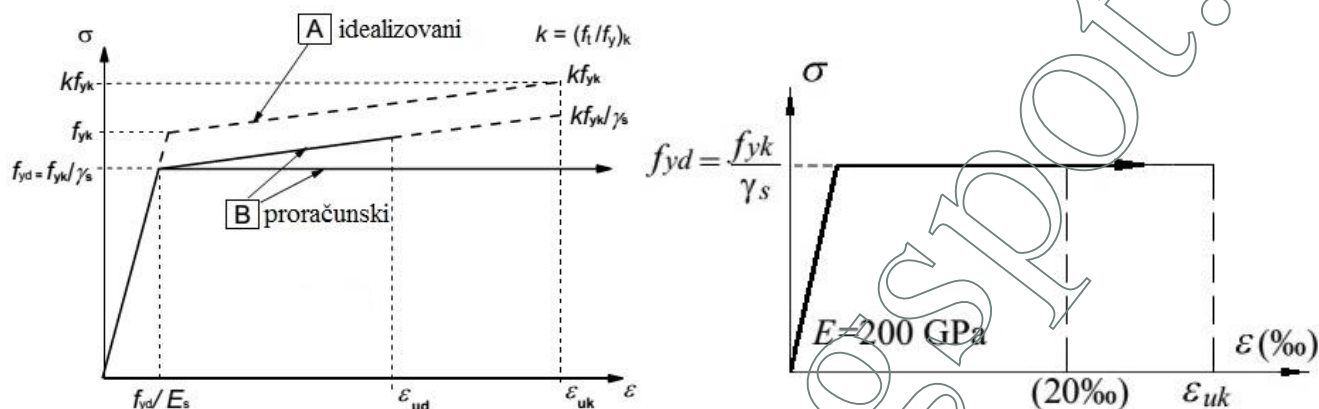
Klase čvrstoće betona									
f_{ck} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50
$f_{ck, cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60
f_{cm} (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58
f_{ctm} (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1
$f_{ck, 0,05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9
$f_{ck, 0,95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3
E_{cm} (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37

Proračunske čvrstoće betona na pritisak f_{cd} date su u tabeli 2.

Tabela 2. Proračunska vrednost čvrstoće (za uobičajene kombinacije)

f_{ck} [MPa]	12	16	20	25	30	35	40	45	50
f_{cd} [MPa]	6,8	9,07	11,33	14,17	17	19,83	22,67	25,5	28,33

- radni dijagram čelika RDC (bilinearni dijagram), slika 3, sa svojstvima u tabeli 3.



Slika 3. Proračunski dijagram za čelik

gde je:

- f_{yd} proračunska vrednost granice razvlačenja čelika,
- f_{yk} karakteristična vrednost granice razvlačenja čelika,
- γ_s parcijalni koeficijent sigurnosti za čelik:
1,15 (za uobičajene kombinacije: stalne i prolazne),
1,0 (za incidentne kombinacije).

Tabela 3. Svojstva armature

Oblik proizvoda	Šipke i ispravljene žice			Zavarene armaturene mreže			Zahtevi ili vrednost fraktura (%)
	A	B	C	A	B	C	
Klasa							-
Karakteristična granica razvlačenja f_{yk} ili $f_{0,2k}$ (MPa)	400 do 600						5,0
Minimalna vrednost $k = (f_t / f_y)_k$	≥1,05	≥1,08	≥1,15 <1,35	≥1,05	≥1,08	≥1,15 <1,35	10,0
Karakteristična dilatacija pri maksimalnoj sili, ϵ_{uk} (%)	≥2,5	≥5,0	≥7,5	≥2,5	≥5,0	≥7,5	10,0

Zapreminska težina čelika je $\gamma_s = 78,50 \text{ kN/m}^3 = 7850 \text{ kg/m}^3$.

Modul elastičnosti čelika za armaturu je $E_s = 200 \text{ GPa}$.

Evrokod 2 važi za rebrastu armaturu i armaturu koja se može zavarivati, uključujući zavarene armaturene mreže.

Pravila za proračun i konstrukcijsku dispoziciju detalja u Evrokodu 2 važe za čelik sa propisanim opsegom karakteristične granice razvlačenja $f_{yk} = 400$ do 600 MPa .

Proračunski uticaji i parcijalni koeficijenti sigurnosti

Teorija graničnog stanja po kojoj se dimenzionišu preseki se bazira na izrazu koji podrazumeva da presek mora da ponese više ili bar uticaje jednake graničnim uticajima

$$E_d \leq R_d$$

gde je:

R_d - proračunska vrednost nosivosti,

E_d - proračunska vrednost uticaja od dejstava (M, N, T, M_t)

$$E_d = E \left\{ \gamma_{G,j} G_{k,j}; \gamma_P P; \gamma_{Q,1} Q_{k,1}; \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \right\} \quad j \geq 1, i > 1$$

gde su:

$\gamma_G, \gamma_P, \gamma_Q$ - parcijalni koeficijenti za dejstva (uzimaju u obzir mogućnost nepovoljnih odstupanja vrednosti dejstava od reprezentativnih vrednosti).

Za svaki merodavan (kritičan) slučaj opterećenja, proračunske vrednosti uticaja od dejstava E_d moraju se odrediti kombinovanjem vrednosti dejstava, za koje se smatra da se mogu pojaviti istovremeno. Svaka kombinacija dejstava mora obuhvatiti:

- dominantno (vodeće) dejstvo, ili
- incidentno (slučajno) dejstvo.

Kombinacije dejstava za granična stanja nosivosti su:

- za stalne i povremene (prolazne) proračunske situacije (to su osnovne kombinacije):

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (1)$$

Alternativno, za granična stanja STR i GEO, treba koristiti nepovoljniju od sledeće dve kombinacije:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} \psi_{0,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (2)$$

$$\sum_{j \geq 1} \xi_j \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (3)$$

gde su:

$G_{k,j}$ karakteristične vrednosti stalnih dejstava,

P reprezentativna vrednost usled prethodnog naprezanja,

$Q_{k,1}$ karakteristična vrednost dominantnog promenljivog dejstva,

$Q_{k,i}$ karakteristične vrednosti ostalih (pridruženih) promenljivih dejstava,

$\gamma_{G,j}$ parcijalni koeficijent za stalna dejstva,

γ_P parcijalni koeficijent za prethodno naprezanje (ukoliko postoji),

$\gamma_{Q,1}$ parcijalni koeficijent za dominantno promenljivo dejstvo,

$\gamma_{Q,i}$ parcijalni koeficijent za ostala (pridružena) promenljiva dejstva,

$\psi_{0,i}$ koeficijenti za kombinovanje promenljivih dejstava,

ξ_i koeficijent redukcije, za nepovoljna stalna dejstva G ,

"+" podrazumeva "da se kombinuje sa",

Σ podrazumeva "kombinovani uticaj od".

Ako se ne može unapred utvrditi koje je promenljivo dejstvo dominantno, moraju se ispitati sve kombinacije u kojima se jedno od promenljivih dejstava tretira kao dominantno.

Za različite elemente konstrukcije ne mora biti isto dejstvo dominantno.

- Za incidentne proračunske situacije:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_d + (\psi_{1,1} \text{ ili } \psi_{2,1}) Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (4)$$

gde je A_d proračunska vrednost incidentnog dejstva (požar, udar vozila...).

Koja vrednost dominantnog promenljivog opterećenja se usvaja ($\psi_{1,1} Q_{k1}$ ili $\psi_{2,1} Q_{k1}$) zavisi od konkretne proračunske incidentne situacije.

- Za seizmičke proračunske situacije:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_{Ed} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (5)$$

gde je A_{Ed} proračunska vrednost seizmičkog dejstva koja se određuje u skladu sa Evrokodom 8, tj. SRPS EN 1998-1.

Vrednosti parcijalnih koeficijenata sigurnosti γ_i , kao i koeficijenata ψ_i , treba da budu određene u odgovarajućem Nacionalnom prilogu za primenu Evrokodova.

U Aneksu A1 Evrokoda SRPS EN 1990 usvojene su preporučene vrednosti koeficijenata ψ_i , tabela 4, koje važe za sve proračunske situacije i za sve provere graničnih stanja nosivosti (EQU, STR i GEO), kao i za granična stanja upotrebljivosti, tabele 5, 6, 7, 8 i 9.

Tabela 4. Koeficijenti ψ_i za konstrukcije u zgradarstvu prema SRPS EN 1990

Dejstvo	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Korisna opterećenja (SRPS EN 1991-1-1)			
Kategorija A: Prostorije za domaćinstvo i stanovanje	0,7	0,5	0,3
Kategorija B: Kancelarijske prostorije	0,7	0,5	0,3
Kategorija C: Prostorije za okupljanje ljudi	0,7	0,7	0,6
Kategorija D: Trgovačke prostorije	0,7	0,7	0,6
Kategorija E: Skladišne prostorije	1,0	0,9	0,8
Kategorija F: Saobraćajne površine, težina vozila ≤ 30 kN	0,7	0,7	0,6
Kategorija G: Saobraćajne površine, 30 kN < težina vozila ≤ 160 kN	0,7	0,5	0,3
Kategorija H: Krovovi	0	0	0
Opterećenja od snega (SRPS EN 1991-1-3)			
Finska, Island, Norveška, Švedska	0,7	0,5	0,2
Ostale države članice CEN, za lokacije na nadmorskoj visini $H > 1000$ m	0,7	0,5	0,2
Ostale države članice CEN, za lokacije na nadmorskoj visini $H \leq 1000$ m	0,5	0,2	0
Opterećenja od vetra (SRPS EN 1991-1-4)	0,6	0,2	0
Temperatura - izuzev u slučaju požara (SRPS EN 1991-1-5)	0,6	0,5	0

U tabeli 5 prikazane su vrednosti parcijalnih koeficijenata za granično stanje nosivosti EQU koje se primenjuju uz izraz (1).

Tabela 5. Proračunske vrednosti dejstava EQU

Stalne i prolazne proračunske situacije	Stalna dejstva		Dominantno promenljivo dejstvo ¹⁾	Ostala promenljiva dejstva	
	nepovoljna	povoljna		glavno (ako postoji)	ostala
jednačina (1)	$\gamma_{Gj,sup} G_{kj,sup}$	$\gamma_{Gj,inf} G_{kj,inf}$	$\gamma_{Q,1} Q_{k,1}$		$\gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$

¹⁾ Promenljiva dejstva su ona, koja se razmatraju u tabeli 4.

Napomena 1: Vrednosti γ , mogu da budu propisane u Nacionalnom aneksu. Preporučeni skup vrednosti za γ , je:
 $\gamma_{Gj,sup} = 1,10$
 $\gamma_{Gj,inf} = 0,90$
 $\gamma_{Q,1} = 1,50$, kada je nepovoljno (0, kada je povoljno)
 $\gamma_{Q,i} = 1,50$, kada je nepovoljno (0, kada je povoljno)

Napomena 2: U slučajevima, kada proračunski dokaz statičke ravnoteže, sadrži nosivost konstrukcijskih elemenata, kao alternativa, za dva posebna proračunska dokaza, bazirana na tabelama 5 i 6, ukoliko je to dopušteno Nacionalnim aneksom, može da bude usvojen kombinovan proračunski dokaz, baziran na tabeli 5, sa sledećim skupom preporučenih vrednosti. U Nacionalnom aneksu, preporučene vrednosti, mogu da budu promenjene.
 $\gamma_{Gj,sup} = 1,35$
 $\gamma_{Gj,inf} = 1,15$
 $\gamma_{Q,1} = 1,50$, kada je nepovoljno (0, kada je povoljno)
 $\gamma_{Q,i} = 1,50$, kada je nepovoljno (0, kada je povoljno)
 pod uslovom da korišćenje $\gamma_{Gj,inf} = 1,0$, kako za povoljni deo, tako i za nepovoljni deo, stalnih dejstava, ne daje nepovoljniji uticaj.

Tabela 6. Proračunske vrednosti uticaja usled dejstava za slučaj STR/GEO (Skup B)

Stalne i prolazne proračunske situacije	Stalna dejstva		Domi- nantno pro- menjivo dejstvo ¹⁾	Ostala promjenjiva dejstva ¹⁾	
	nepovoljna	povoljna		glavno (ako poštoji)	ostala
jednačina (6. 10)	$\gamma_{Gj,sup} G_{kj,sup}$	$\gamma_{Gj,inf} G_{kj,inf}$	$\gamma_{\alpha,1} Q_{k,1}$		
jednačina (6. 10a)	$\gamma_{Gj,sup} G_{kj,sup}$	$\gamma_{Gj,inf} G_{kj,inf}$		glavno	$\gamma_{\alpha,i} \psi_{\beta,i} Q_{k,i}$
jednačina (6. 10b)	$\xi \gamma_{Gj,sup} G_{kj,sup}$	$\gamma_{Gj,inf} G_{kj,inf}$	$\gamma_{\alpha,1} Q_{k,1}$	ostala	$\gamma_{\alpha,i} \psi_{\beta,i} Q_{k,i}$

¹⁾ Promenljiva dejstva su ona, koja se razmatraju u tabeli 4.

Napomena 1: Izbor između jednačina (1), ili (2) i (3), treba da bude u Nacionalnom aneksu. U slučaju (2) i (3), jednačina (2) može, u Nacionalnom aneksu, da bude dodatno promenjena, radi uključivanja samo stalnih dejstava.

Napomena 2: Vrednosti γ i ξ , mogu da budu propisane u Nacionalnom aneksu. Kada se primenjuju izrazi (1), ili (2) i (3), za γ i ξ , preporučuju se sledeće vrednosti:
 $\gamma_{Gj,sup} = 1,35$
 $\gamma_{Gj,inf} = 1,00$
 $\gamma_{\alpha,1} = 1,50$ kada je nepovoljno (0, kada je povoljno)
 $\gamma_{\alpha,i} = 1,50$ kada je nepovoljno (0, kada je povoljno)
 $\xi = 0,85$ (tako da je $\gamma_{Gj,sup} = 0,85 \times 1,35 \approx 1,15$)
 Videti i EN 1991 do EN 1999, za γ vrednosti, koje treba da budu korišćene za prinudne deformacije.

Napomena 3: Karakteristične vrednosti, svih stalnih dejstava istog porekla, množe se sa $\gamma_{G,sup}$, ako je ukupan rezultujući uticaj od dejstava nepovoljan, a sa $\gamma_{G,inf}$, ako je ukupan rezultujući uticaj od dejstava povoljan. Na primer, sva dejstva, koja potiču od sopstvene težine konstrukcije, mogu da budu razmatrana, kao da su istog porekla; to se primenjuje i kada su uključeni različiti materijali.

Napomena 4: Za pojedine proračunske dokaze, vrednosti za γ_G i γ_Q , mogu da budu razdvojene na γ_G i γ_Q , kao i na koeficijent nepouzdanosti modela γ_{sd} . Vrednost za γ_{sd} , reda veličine 1,05 do 1,15, može da bude korišćena, za većinu uobičajenih slučajeva, a može da bude promenjena u Nacionalnom aneksu.

Tabela 7. Proračunske vrednosti dejstava STR/GEO (Skup C)

Stalne i prolazne proračunske situacije	Stalna dejstva		Dominantno promenljivo dejstvo ¹⁾	Ostala promenljiva dejstva	
	nepovoljna	povoljna		glavno (ako postoji)	ostala
(jednačina 1)	$\gamma_{Gj,sup} G_{kj,sup}$	$\gamma_{Gj,inf} G_{kj,inf}$	$\gamma_{Q,1} Q_{k,1}$		$\gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$

¹⁾ Promenljiva dejstva su ona, koja se razmatraju u tabeli 4.

Napomena: Vrednosti γ , mogu da budu propisane u Nacionalnom aneksu. Preporučeni skup vrednosti za γ , je:

$\gamma_{Gj,sup} = 1,00$
 $\gamma_{Gj,inf} = 1,00$
 $\gamma_{Q,1} = 1,30$, kada je nepovoljno (0 kada je povoljno)
 $\gamma_{Q,i} = 1,30$, kada je nepovoljno (0 kada je povoljno)

Tabela 8. Proračunske vrednosti uticaja usled dejstava za incidentne i seizmičke proračunske situacije

Proračunska situacija	Stalna dejstva		Dominantno incidentno ili seizmičko dejstvo	Ostala promenljiva dejstva ²⁾	
	nepovoljna	povoljna		glavno (ako postoji)	ostala
Incidentna ¹⁾ - jednačina (4)	$G_{kj,sup}$	$G_{kj,inf}$	A_d	$(\psi_{1,1} \text{ ili } \psi_{2,1}) Q_{k,1}$	$\psi_{2,i} Q_{k,i}$
Seizmička - jednačina (5)	$G_{kj,sup}$	$G_{kj,inf}$	$\gamma_I A_{Ek}$ ili A_{Ed}		$\psi_{2,i} Q_{k,i}$

¹⁾ Za slučaj incidentnih proračunskih situacija, glavno promenljivo dejstvo, može da bude uzeto sa svojom čestom vrednošću, ili, kao u seizmičkim kombinacijama dejstava, sa svojom kvazi-stalnom vrednošću. Izbor treba da bude utvrđen u Nacionalnom aneksu, u zavisnosti od razmatranog incidentnog dejstva. Videti i 1991-1-2.

²⁾ Promenljiva dejstva su ona, koja se razmatraju u tabeli 4.

Kod graničnog stanja upotrebljivosti, parcijalni koeficijenti se izostavljaju, jer se odnose na eksploataciona opterećenja. Proračunske vrednosti uticaja od dejstava određuju se na osnovu kombinacija dejstava, tabela 9, a koja od kombinacija se koristi zavisi od konkretnog graničnog stanja upotrebljivosti koje se proverava.

Tabela 9. Kombinacije dejstava za granična stanja upotrebljivosti

Kombinacija	Stalna dejstva G_d		Promenljiva dejstva Q_d	
	nepovoljna	povoljna	dominantno	ostala
Karakteristična	$G_{kj,sup}$	$G_{kj,inf}$	$Q_{k,1}$	$\psi_{0,i} Q_{k,i}$
Česta	$G_{kj,sup}$	$G_{kj,inf}$	$\psi_{1,1} Q_{k,1}$	$\psi_{2,i} Q_{k,i}$
Kvazi-stalna	$G_{kj,sup}$	$G_{kj,inf}$	$\psi_{2,1} Q_{k,1}$	$\psi_{2,i} Q_{k,i}$

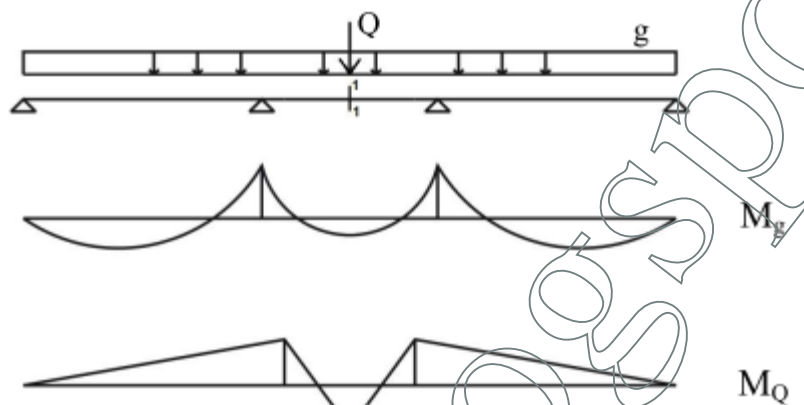
Primer: Povoljno i nepovoljno delovanje g-opterećenja

Posmatra se **presek 1-1**, slike 4 i 5, za slučaj stalne i povremene (prolazne) proračunske situacije (to su osnovne kombinacije), jednačina 1, tabela 6, gde su:

g - sopstvena težina elementa,

P - povremeno opterećenje (korisno kategorije D, tabela 4).

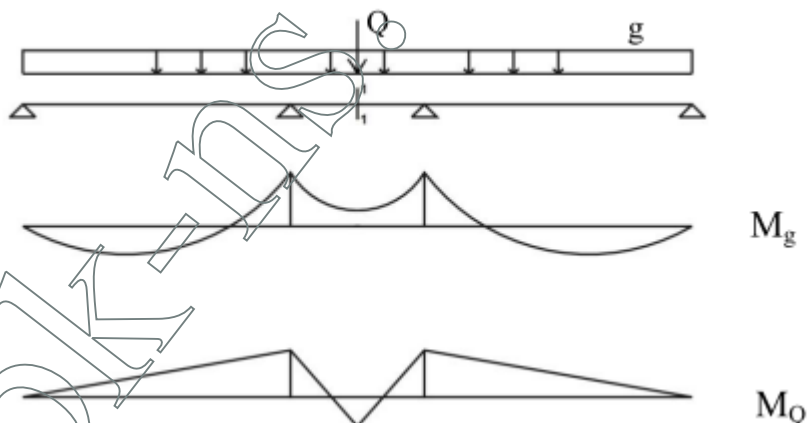
Ako momenti savijanja za oba opterećenja sa iste strane zatežu presek, tada sopstvena težina deluje nepovoljno, slika 4.



Slika 4. Slučaj nepovoljnog delovanja g opterećenja

donja strana $M_{Ed} = 1,35 \cdot M_g + 1,5 \cdot M_Q$

gornja strana $M_{Ed} = 0$ (min. koeficijent armiranja)



Slika 5. Slučaj povoljnog delovanja g opterećenja

Ako momenti savijanja za oba opterećenja sa različitih strana zatežu presek, treba proveriti sopstvenu težinu da deluje kao povoljno opterećenje, slika 5.

$$M_g = -100\text{kNm}, M_Q = 200\text{kNm}$$

$$\text{donja strana } \begin{cases} M_{Ed} = 1,35 \cdot M_g + 1,5 \cdot M_Q = 1,35 \cdot (-100) + 1,5 \cdot 200 = 165\text{kNm} \text{ (nepovoljno delov. } g\text{-opt.)} \\ M_{Ed} = 1,0 \cdot M_g + 1,5 \cdot M_Q = 1,0 \cdot (-100) + 1,5 \cdot 200 = 200\text{kNm} \text{ (povoljno delov. } g\text{-opt.)} \end{cases}$$

$$\text{gornja strana } M_{Ed} = 1,35 \cdot M_g = 1,35 \cdot (-100) = -135\text{kNm} \text{ (nepovoljno delovanje } g\text{-opt.)}$$

Primer: Proračunske vrednosti uticaja od dejstava (STR) opterećenog rama

Dejstva

	Dejstvo	Karakter dejstva (EN1990, aneks A1, tabela A1.1)	ψ_0	ψ_1	ψ_2
I	Stalno dejstvo	Stalno			
II	Korisno dejstvo	Korisno – B kategorija	0.7	0.5	0.3
III	Sneg	Sneg ≤ 1000 m	0.5	0.2	0
IV	Vetar X+	Vetar	0.6	0.2	0
V	Seizmika	Seizmičko (+/-)			

Proračunske vrednosti uticaja od dejstava (STR)

Stalne i prolazne proračunske situacije

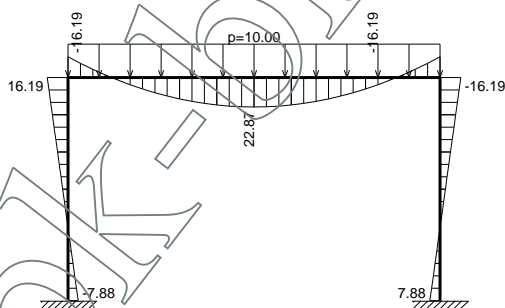
1.35xI	I
1.35xI + 1.5xII	+ 1.5xII
1.35xI + 1.5xIII	+ 1.5xIII
1.35xI + 1.5xIV	+ 1.5xIV
1.35xI + 1.5xII + 1.5x0.5xIII	+ 1.5xII + 1.5x0.5xIII
1.35xI + 1.5xII + 1.5x0.6xIV	+ 1.5xII + 1.5x0.6xIV
1.35xI + 1.5x0.70xII + 1.5xIII	+ 1.5x0.70xII + 1.5xIII
1.35xI + 1.5xIII + 1.5x0.6xIV	+ 1.5xIII + 1.5x0.6xIV
1.35xI + 1.5x0.70xII + 1.5xIV	+ 1.5x0.70xII + 1.5xIV
1.35xI + 1.5x0.5xIII + 1.5xIV	+ 1.5x0.5xIII + 1.5xIV
1.35xI + 1.5xII + 1.5x0.5xIII + 1.5x0.6xIV	+ 1.5xII + 1.5x0.5xIII + 1.5x0.6xIV
1.35xI + 1.5x0.70xII + 1.5xIII + 1.5x0.6xIV	+ 1.5x0.70xII + 1.5xIII + 1.5x0.6xIV
1.35xI + 1.5x0.70xII + 1.5x0.5xIII + 1.5xIV	+ 1.5x0.70xII + 1.5x0.5xIII + 1.5xIV

Incidentne i seizmičke proračunske situacije

I + V
I-1xV
I + 0.3xII + V
I + 0.3xII-1xV

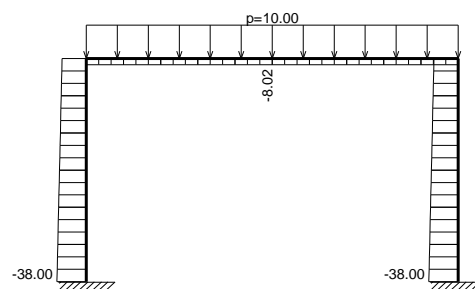
Dijagrami statičkih uticaja od dejstva (M, N) opterećenog rama

Opt. 1: Stalno (g)



Uticaji u gredi: max M3= 22.87 / min M3= -16.19 kNm

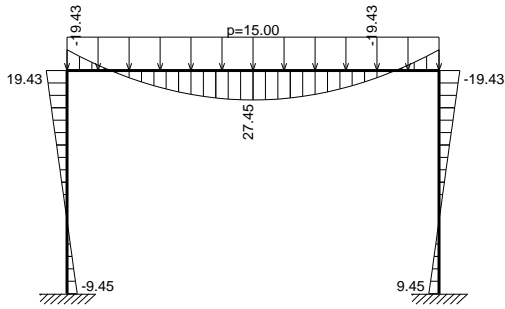
Opt. 1: Stalno (g)



Uticaji u gredi: max N1= -8.02 / min N1= -38.00 kN

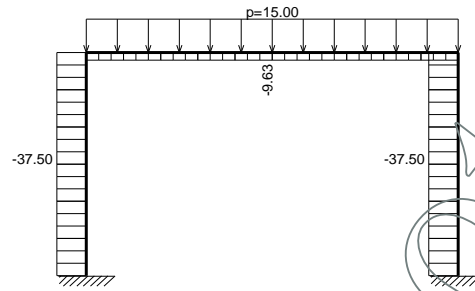
Pripreme za vežbe (radni materijal): Anka Starčev-Ćurčin, Drago Žarković
Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

Opt. 2: Korisno

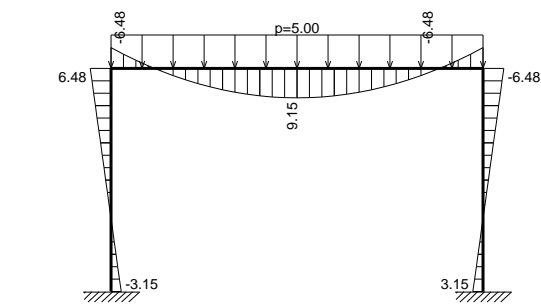


Uticaji u gredi: max $M_3 = 27.45$ / min $M_3 = -19.43$ kNm
 Opt. 3: Sneg

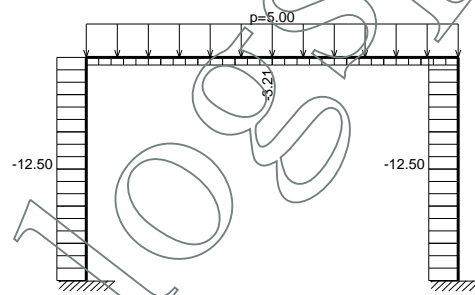
Opt. 2: Korisno



Uticaji u gredi: max $N_1 = -9.63$ / min $N_1 = -37.50$ kN
 Opt. 3: Sneg

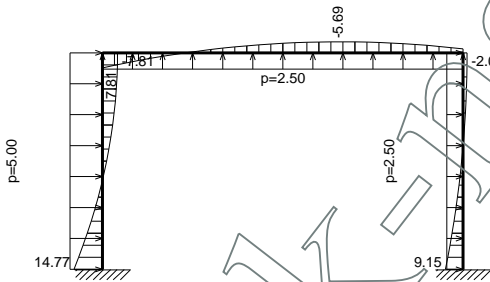


Uticaji u gredi: max $M_3 = 9.15$ / min $M_3 = -6.48$ kNm



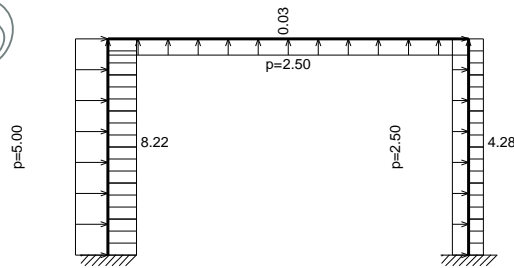
Uticaji u gredi: max $N_1 = -3.21$ / min $N_1 = -12.50$ kN

Opt. 4: Vetar X



Uticaji u gredi: max $M_3 = 14.77$ / min $M_3 = -7.81$ kNm

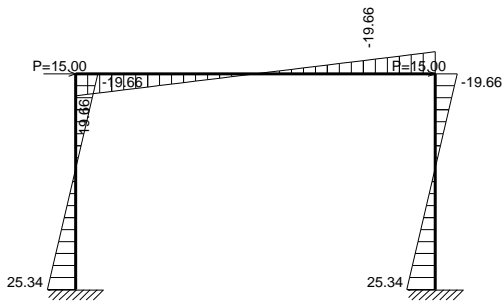
Opt. 4: Vetar X



Uticaji u gredi: max $N_1 = 8.22$ / min $N_1 = 0.03$ kN

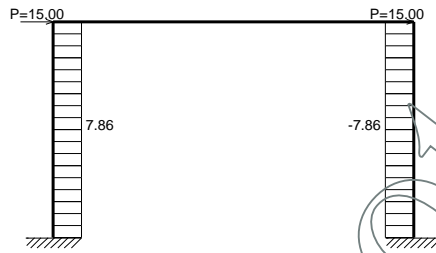
Pripreme za vežbe (radni materijal): Anka Starčev-Ćurčin, Drago Žarković
Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

Opt. 5: Seizmika X



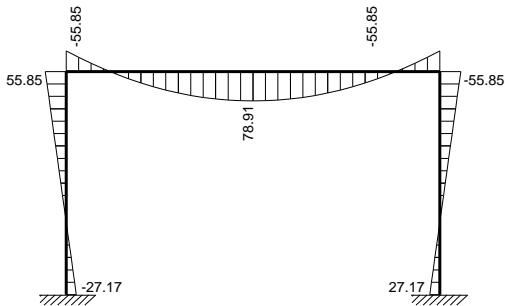
Uticaji u gredi: max M3= 25.34 / min M3= -19.66 kNm

Opt. 5: Seizmika X



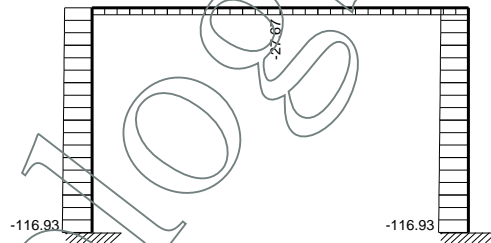
Uticaji u gredi: max N1= 7.86 / min N1= -7.86 kN

Opt. 10: 1.35xl+1.5xII+1.5x0.5xIII

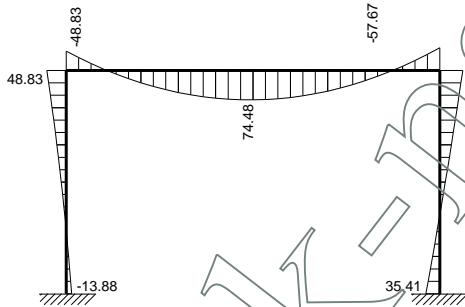


Uticaji u gredi: max M3= 78.91 / min M3= -55.85 kNm
 Opt. 16: 1.35xl+1.5xII+1.5x0.5xIII+1.5x0.6xIV

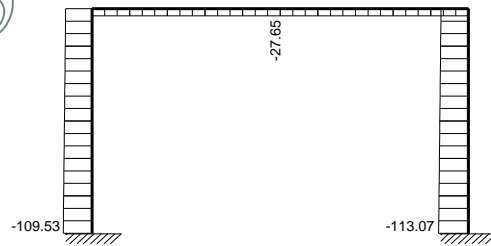
Opt. 10: 1.35xl+1.5xII+1.5x0.5xIII



Uticaji u gredi: max N1= -27.67 / min N1= -116.93 kN
 Opt. 16: 1.35xl+1.5xII+1.5x0.5xIII+1.5x0.6xIV



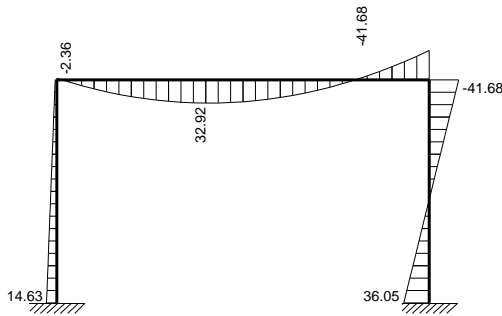
Uticaji u gredi: max M3= 74.48 / min M3= -57.67 kNm



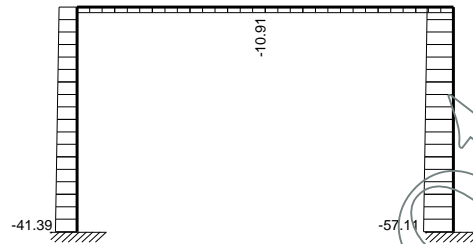
Uticaji u gredi: max N1= -27.65 / min N1= -113.07 kN

tOK-DOKRS

Opt. 34: I+0.3xII+V



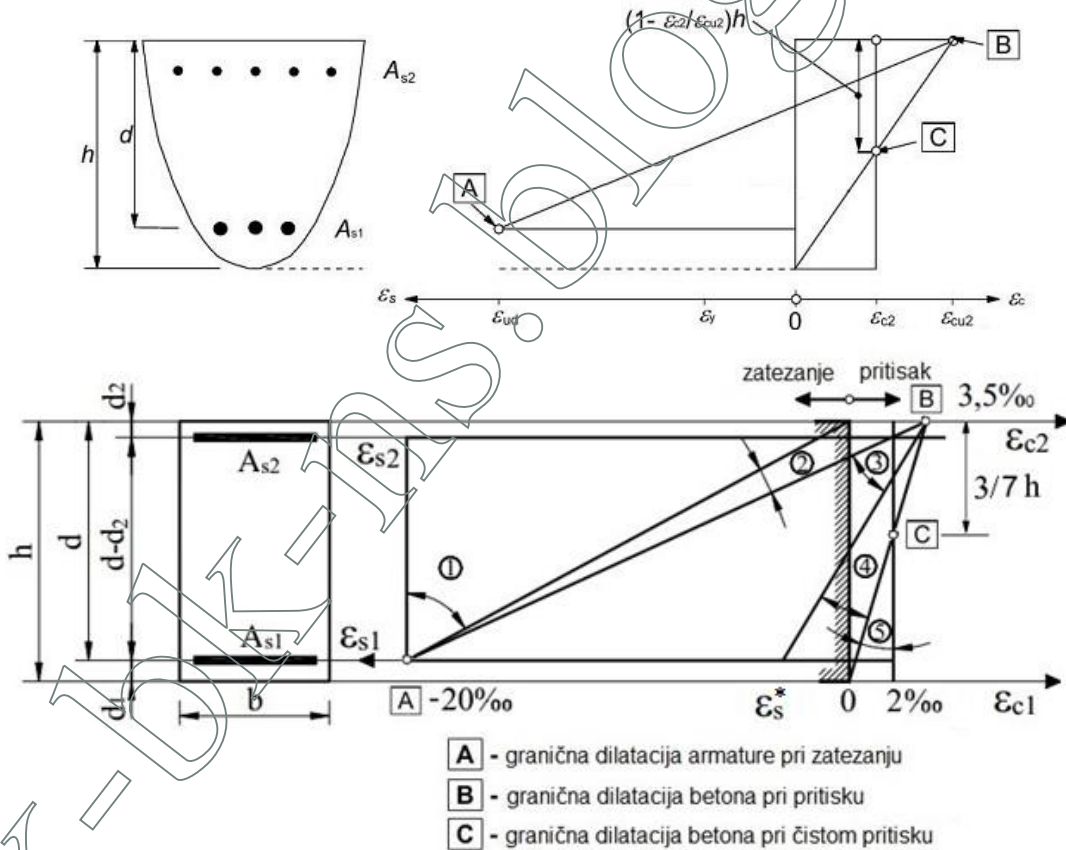
Opt. 34: I+0.3xII+V



Utjecaji u gredi: max M3= 36.05 / min M3= -41.68 kNm

Utjecaji u gredi: max N1= -10.91 / min N1= -57.11 kN

Raspodele dilatacija po visini preseka u graničnom stanju nosivosti prikazane su na slici 6. Njima odgovara širok dijapazon naponskih stanja: centričnog zatezanja, ekscentričnog zatezanja, čistog savijanja, savijanja sa aksijalnom silom, bilo zatezanja ili pritiska, ekscentričnog pritiska i centričnog pritiska.



Slika 6. Mogući dijagrami dilatacija u graničnom stanju nosivosti

U proračunu prema graničnom stanju nosivosti kriterijumi loma su granične dilatacije. Postoji:

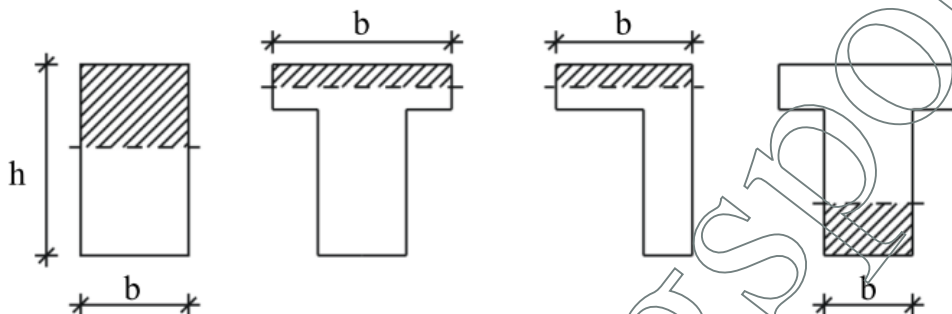
- lom po betonu (krti, nenajavljeni, nepoželjan lom) $\varepsilon_{cu2} = 3,5\text{‰}$, $(-20\text{‰} \leq \varepsilon_s \leq 0\text{‰})$,
- lom po armaturi (duktilan, najavljeni, poželjan lom) $\varepsilon_{ud} = -20\text{‰}$, $(0 \leq \varepsilon_c \leq 3,5\text{‰})$,
- simultani lom, (istovremeni lom i po betonu i po armaturi) $\varepsilon_{cu2} / \varepsilon_{ud} = 3,5 / -20\text{‰}$.

TEORIJA BETONSKIH KONSTRUKCIJA 1

vežbe br. 4 (2 časa)

DIMENZIONISANJE PRAVOUGAONOG PRESEKA

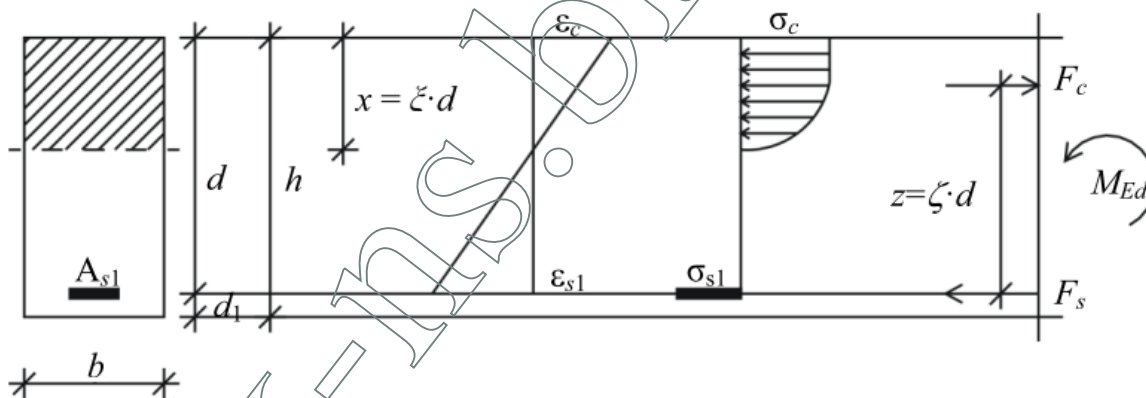
Dimenzionisanje pravougaonog preseka podrazumeva dimenzionisanje preseka koji, bez obzira na geometrijski oblik, imaju "pravougaoni" oblik pritisnute zone betona, slika 1.



Slika 1. Geometrijski preseki sa pritisnutom zonom betona pravougaonog oblika

Čisto savijanje (jednostruko armiran presek)

Grede opterećene na čisto savijanje, slika 2.



Slika 2. Stanje dilatacija, napona, spoljašnjih i unutrašnjih sila kod čistog savijanja

gde su:

d – statička visina,

x – visina pritisnute zone preseka, položaj neutralne linije,

ζ – koeficijent za nalaženje položaja neutralne linije,

z – krak unutrašnjih sila,

ζ_b – koeficijent kraka unutrašnjih sila,

F_c – sila u pritisnutom betonu, (dobija se integraljenjem naponsko-deformacijskog dijagrama pritiska betona), $F_c = \alpha_v \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x$, gde je α_v – koeficijent punoće naponskog

dijagrama pritiska betona,

F_s – sila u zategnutoj armaturi,

M_{Ed} – spoljašnji moment,

μ_{Ed} – koeficijent spoljašnjeg opterećenja.

Formule potrebne za dimenzionisanje jednostruko armiranih preseka (čisto savijanje):
statička visina

$$d = \sqrt{\frac{M_{Ed}}{b \cdot \mu_{Ed} \cdot f_{cd}}}$$

potrebna površina armature

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{z \cdot \sigma_{s1}} = \frac{M_{Ed}}{\zeta \cdot d \cdot \sigma_{s1}} \text{ ili } A_{s1} = \omega \cdot \frac{f_{cd}}{\sigma_{s1}} \cdot b \cdot d$$

gde je:

ω – mehanički koeficijent armiranja zategnute armature.

Algoritmi pri proračunu jednostruko armiranih pravougaonih preseka:

Vrste dimenzionisanja: slobodno i vezano:

• **slobodno dimenzionisanje:**

za slobodan izbor stanja dilatacija ϵ_c/ϵ_{s1} , momenat M_{Ed} i za usvojenu jednu dimenziju preseka (obično je to b -širina preseka), nalazi se statička visina preseka d , površina poprečnog preseka zategnute armature A_{s1} i na kraju visina preseka h .

- ϵ_c/ϵ_{s1} , M_{Ed} , karakteristike materijala f_{cd} , σ_{s1} (poznate veličine),

- iz tablica za pravougaoni presek se očitavaju vrednosti koeficijenata: μ_{Ed} , ω , ζ ,

- nalazi se statička visina $d = \sqrt{\frac{M_{Ed}}{b \cdot \mu_{Ed} \cdot f_{cd}}}$,

- proračunava se površina zategnute armature

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{z \cdot \sigma_{s1}} = \frac{M_{Ed}}{\zeta \cdot d \cdot \sigma_{s1}} \text{ ili } A_{s1} = \omega \cdot \frac{f_{cd}}{\sigma_{s1}} \cdot b \cdot d$$

sa proverom minimalne površine podužne armature $A_{s,min} = 0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d$, ali $\geq 0.0013 \cdot b \cdot d$

gde je f_{ctm} - srednja vrednost čvrstoće betona pri aksijalnom zatezanju, tabela 1.

- nalazi se broj rastojanja između šipki $m = \frac{b - 2 \cdot d^I}{a_h + \emptyset} = \frac{b - 2 \cdot \left(c_{nom} + \emptyset_u + \frac{\emptyset}{2} \right)}{a_h + \emptyset}$,

- usvaja se max broj šipki u jednom redu $n = m + 1$,

- skica poprečnog preseka,

- nalazi se težište armature (za usvojene jednake profile šipki) $d_1 = \frac{n^I \cdot d^I + n^{II} \cdot d^{II} + \dots}{n^I + n^{II} + \dots}$,

- određuje se visina preseka $h = d + d_1$.

- crta se plan armature poprečnog preseka u odgovarajućoj razmeri.

• **vezano dimenzionisanje:**

za zadate dimenzije preseka b/h i momenat M_{Ed} , uz pretpostavku težišta zategnute armature d_1 , nalazi se koeficijent μ_{Ed} preko koga se iz tablica za pravougaoni presek očitava stanje dilatacija u preseku ϵ_c/ϵ_{s1} i koeficijenti ω , ζ na osnovu kojih se sračunava potrebna površina armature A_{s1} .

- b/h , M_{Ed} , karakteristike materijala f_{cd} , σ_{s1} (poznate veličine), pretpostavlja se težište zategnute armature $d_1 \approx (0.05 \div 0.1)h$,

- nalazi se koeficijent $\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$ na osnovu koga se

iz tablica za pravougaoni presek očitavaju vrednosti stanja dilatacija u preseku ϵ_c/ϵ_{s1} i koeficijenti: ω , ζ ,

- proračunava se površina zategnute armature

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{z \cdot \sigma_{s1}} = \frac{M_{Ed}}{\zeta \cdot d \cdot \sigma_{s1}} \text{ ili } A_{s1} = \omega \cdot \frac{f_{cd}}{\sigma_{s1}} \cdot b \cdot d$$

sa proverom minimalne površine podužne armature $A_{s,min} = 0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d$, ali $\geq 0.0013 \cdot b \cdot d$

- nalazi se broj rastojanja između šipki $m = \frac{b - 2 \cdot d^I}{a_h + \emptyset} = \frac{b - 2 \cdot \left(c_{nom} + \emptyset_u + \frac{\emptyset}{2} \right)}{a_h + \emptyset}$,

- usvaja se max broj šipki u jednom redu $n = m + 1$,

- skica poprečnog preseka,

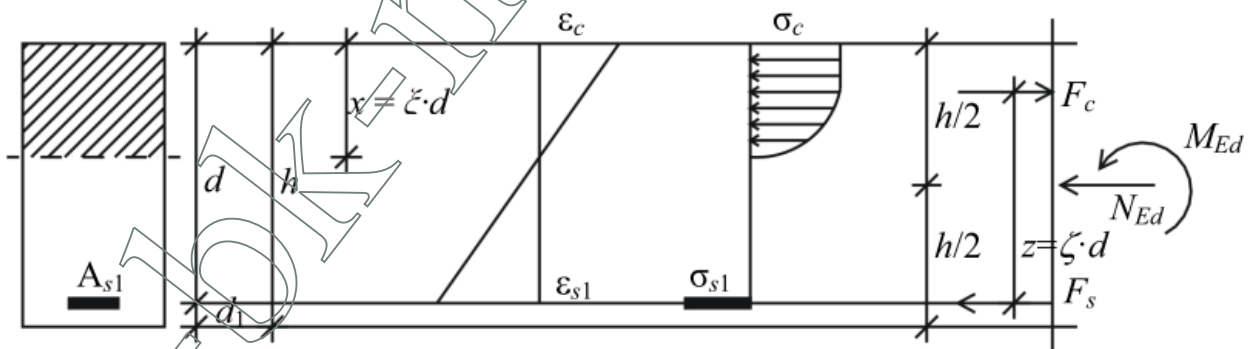
- nalazi se računsko težište armature (za usvojene jednake profile) $d_1 = \frac{n^I \cdot d^I + n^{II} \cdot d^{II} + \dots}{n^I + n^{II} + \dots}$ i

upoređuje sa pretpostavljenim težištem d_1 . Ukoliko se javi razlika treba se vratiti na početak dimenzionisanja (novo pret. d_1 je ono računski dobijeno) i izvršiti korekciju proračuna onoliko puta koliko je potrebno dok se ne izjednače pret. d_1 i računski dobijeno.

- crta se plan armature poprečnog preseka u odgovarajućoj razmeri.

Složeno savijanje (jednostruko armiranje)

Grede opterećene na složeno savijanje, slika 3.



Slika 3. Stanje dilatacija, napona, spoljašnjih i unutrašnjih sila kod složenog savijanja
Momenat u odnosu na težište zategnute armature M_{Es}

$$M_{Es} = M_{Ed} + N_{Ed} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_1 \right),$$

gde je:

N_{Ed} - spoljašnja sila pritiska (konvencija +, usvaja se da je pozitivna vrednost sile),

Statička visina preseka

$$d = \sqrt{\frac{M_{Es}}{b \cdot \mu_{Es} \cdot f_{cd}}}$$

Potrebna površina armature A_{s1} :

$$A_{s1} = \frac{M_{Es}}{z \cdot \sigma_{s1}} - \frac{N_{Ed}}{\sigma_{s1}} = \omega \cdot \frac{f_{cd}}{\sigma_{s1}} \cdot b \cdot d - \frac{N_{Ed}}{\sigma_{s1}},$$

sa proverom minimalne površine podužne armature $A_{s,\min} = 0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d$, ali $\geq 0.0013 \cdot b \cdot d$

PRIMER BR.1

Jednostruko armiran presek, vezano dimenzionisanje, čisto savijanje

Zadate vrednosti:

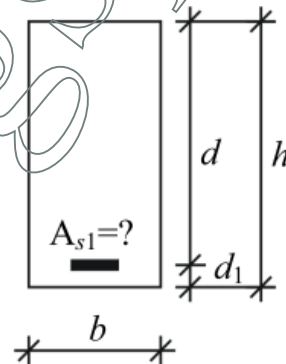
$$M_{Ed} = 1120 \text{ kNm}$$

$$b/h = 40/90 \text{ cm}$$

$$C30/37 \Rightarrow f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c = 0.85 \cdot 30 / 1.5 = 17 \text{ MPa} = 1.7 \text{ kN/cm}^2$$

$$B500B \Rightarrow \sigma_{s1} = f_{yk} / \gamma_s = 500 / 1.15 = 434.78 \text{ MPa} = 43.48 \text{ kN/cm}^2$$

$$c_{\text{nom}} = 3.5 \text{ cm}$$



Dimenzionisanje

$$\text{pret. } d_1 \approx (0.05 \div 0.1) \cdot h \Rightarrow d_1^{\text{pret.}} = 0.1 \cdot h = 0.1 \cdot 90 = 9 \text{ cm}$$

$$d = h - d_1 = 90 - 9 = 81 \text{ cm}$$

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{1120 \cdot 10^2 \text{ kNcm}}{40 \text{ cm} \cdot 81^2 \text{ cm}^2 \cdot 1.7 \text{ kN/cm}^2} = 0.2510$$

iz tablice za pravougaoni presek $\Rightarrow \epsilon_c / \epsilon_{s1} = 3.5 / -6.07\%$

$$\omega = 0.296$$

$$\zeta = 0.848$$

Napomena: koeficijenti iz tablice se nalaze linearnom interpolacijom

Potrebna površina armature

$$A_{s1} = \omega \cdot \frac{f_{cd}}{\sigma_{s1}} \cdot b \cdot d = 0.296 \cdot \frac{17 \text{ MPa}}{434.78 \text{ MPa}} \cdot 40 \text{ cm} \cdot 81 \text{ cm} = 37.50 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} \geq \begin{cases} A_{s,\min} = 0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d = 0.26 \cdot \frac{2.9 \text{ MPa}}{500 \text{ MPa}} \cdot 40 \text{ cm} \cdot 81 \text{ cm} = 4.89 \text{ cm}^2 \\ 0.0013 \cdot b \cdot d = 4.21 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$$\text{Provera } A_{s1} \text{ preko obrasca } A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{z \cdot \sigma_{s1}} = \frac{M_{Ed}}{\zeta \cdot d \cdot \sigma_{s1}} = \frac{1120 \cdot 10^2 \text{ kNcm}}{0.848 \cdot 81 \text{ cm} \cdot 43.48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}} = 37.50 \text{ cm}^2$$

Usvaja se $8\emptyset 25$ ($A_{s1}^{stv} = 39.27 \text{ cm}^2$)

max broj rastojanja između profila podužne armature m

$$m = \frac{b - 2 \cdot d^I}{a_h + \varnothing}$$

gde je d^I - položaj težišta prvog reda profila armature,

$$d^I = c_{nom} + \varnothing_u + \frac{\varnothing}{2} = 3.5 + 0.8 + \frac{2.5}{2} = 5.55 \text{ cm}$$

$$m = \frac{b - 2 \cdot d^I}{a_h + \varnothing} = \frac{40 - 2 \cdot 5.55}{2.5 + 2.5} = 5.78 \Rightarrow n = m + 1 = 5 + 1 = 6 \text{ šipki}$$

u jednom redu, max broj

nalaženje težišta raspoređene armature $d_1 = \frac{n^I \cdot d^I + n^{II} \cdot d^{II} + \dots}{n^I + n^{II} + \dots} = \frac{6 \cdot d^I + 2 \cdot d^{II}}{6 + 2}$

$$d^{II} = d^I + a_v + 2 \cdot \frac{\varnothing}{2} = 5.55 + 2.5 + 2.5 = 10.55 \text{ cm}$$

$$d_1 = \frac{6 \cdot d^I + 2 \cdot d^{II}}{6 + 2}, d_1 = \frac{6 \cdot 5.55 + 2 \cdot 10.55}{6 + 2} = 6.8 \text{ cm} \neq d_1^{pret.} = 9.0 \text{ cm}$$

2) korekcija vrednosti za d_1

$$pret. d_1^{pret.} = 6.8 \text{ cm}$$

$$d = h - d_1 = 83.2 \text{ cm}$$

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{1120 \cdot 10^2 \text{ kNcm}}{40 \text{ cm} \cdot 83.2^2 \text{ cm}^2 \cdot 1.7 \text{ kN/cm}^2} = 0.2379$$

iz tablica za pravougaoni presek $\Rightarrow \varepsilon_c / \varepsilon_{s1} = 3.5 / 6.71\%$

$$\omega = 0.278$$

$$\zeta = 0.857$$

Potrebna površina armature

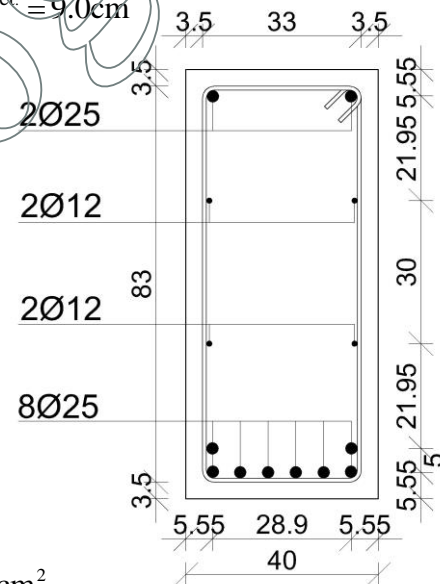
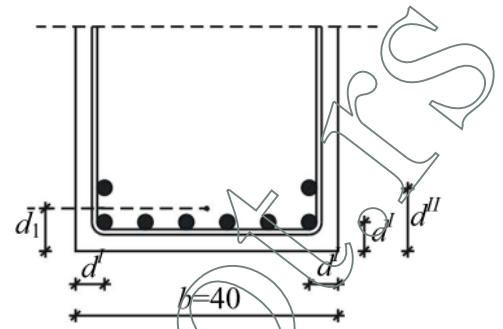
$$A_{s1} = \omega \cdot \frac{f_{cd}}{\sigma_{s1}} \cdot b \cdot d = 0.278 \cdot \frac{17 \text{ MPa}}{434.78 \text{ MPa}} \cdot 40 \text{ cm} \cdot 83.2 \text{ cm} = 36.17 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,1} \geq \begin{cases} A_{s,min} = 0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d = 0.26 \cdot \frac{2.9 \text{ MPa}}{500 \text{ MPa}} \cdot 40 \text{ cm} \cdot 83.2 \text{ cm} = 5.02 \text{ cm}^2 \\ 0.0013 \cdot b \cdot d = 4.33 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

Provera A_{s1} preko obrasca

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{z \cdot \sigma_{s1}} = \frac{M_{Ed}}{\zeta \cdot d \cdot \sigma_{s1}} = \frac{1120 \cdot 10^2 \text{ kNcm}}{0.857 \cdot 83.2 \text{ cm} \cdot 43.48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}} = 36.13 \text{ cm}^2$$

Usvaja se 8Ø25 ($A_{s1}^{stv} = 39.27 \text{ cm}^2$)



$$d_1 = \frac{6 \cdot d^I + 2 \cdot d^{II}}{6+2}$$

$$d_1 = \frac{6 \cdot 5.55 + 2 \cdot 10.55}{6+2} = 6.8 \text{ cm} = d_1^{\text{pret.}} = 6.8 \text{ cm}$$

Plan armature poprečnog preseka

PRIMER BR.2

Odrediti površinu preseka zategnute armature A_{s1} pravougaonog preseka dimenzija $b/h = 40/90 \text{ cm}$, ako su marka betona C30/37 i čelik B500B, a na presek deluju granični uticaji:

a) $M_{Ed} = 1120.0 \text{ kNm}$, $N_{Ed} = 215 \text{ kN}$ (sila pritiska)

b) $M_{Ed} = 1120.0 \text{ kNm}$, $N_{Ed} = -215 \text{ kN}$ (sila zatezanja)

$b/h = 40/90 \text{ cm}$

$$\text{C30/37} \Rightarrow f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c = 0.85 \cdot 30 / 1.5 = 17 \text{ MPa} = 1.7 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{B500B} \Rightarrow \sigma_{s1} = f_{yk} / \gamma_s = 500 / 1.15 = 434.78 \text{ MPa} = 43.48 \text{ kN/cm}^2$$

$$c_{\text{nom}} = 3.5 \text{ cm}$$

Dimenzionisanje

$$d_1 \approx (0.05 \div 0.1) \cdot h \Rightarrow d_1^{\text{pret.}} = 4.5 \div 9 \text{ cm} = 7 \text{ cm}$$

$$d = h - d_1 = 90 - 7 = 83 \text{ cm}$$

a) $M_{Ed} = 1120 \text{ kNm}$, $N_{Ed} = 215 \text{ kN}$ (složeno savijanje - sila pritiska)

$$M_{Es} = M_{Ed} + N_{Ed} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_1 \right)$$

$$M_{Es} = M_{Ed} + N_{Ed} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) = 1120.0 \text{ kNm} + 215 \text{ kN} \cdot \left(\frac{90}{2} - 7 \right) \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1201.70 \text{ kNm}$$

$$\mu_{Es} = \frac{M_{Es}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{1201.70 \cdot 10^2 \text{ kNcm}}{40 \text{ cm} \cdot 83^2 \text{ cm}^2 \cdot 17 \text{ kN/cm}^2} = 0.2565$$

iz tablica za pravougaoni presek $\Rightarrow \epsilon_c / \epsilon_{s1} = 3.5 / -5.82\%$

$$\omega = 0.304$$

$$\zeta = 0.844$$

Potrebna površina armature

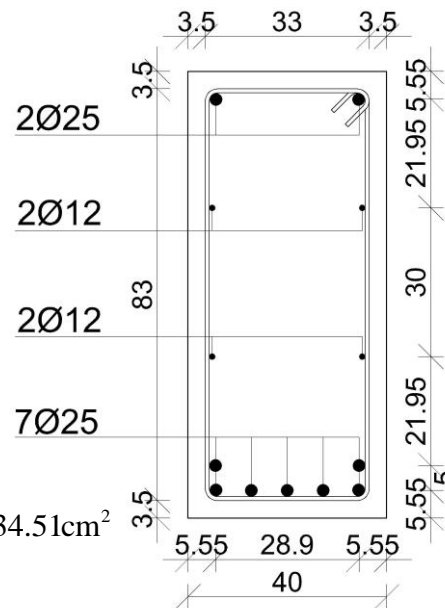
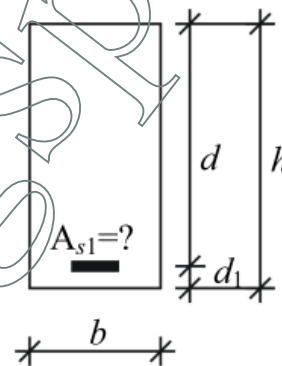
$$A_{s1} = \omega \cdot \frac{f_{cd}}{\sigma_{s1}} \cdot b \cdot d - \frac{N_{Ed}}{\sigma_{s1}} = 0.304 \cdot \frac{17}{434.78} \cdot 40 \cdot 83 - \frac{215 \text{ kN}}{43.48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}$$

$$A_{s1} = 39.46 - 4.95 = 34.51 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = \frac{M_{Es}}{z \cdot \sigma_{s1}} - \frac{N_{Ed}}{\sigma_{s1}} = \frac{1201.70 \cdot 10^2}{0.844 \cdot 83 \cdot 43.48} - \frac{215 \text{ kN}}{43.48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}} = 39.46 - 4.95 = 34.51 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} \geq A_{s1, \text{min}} = 0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d = 0.26 \cdot \frac{2.9 \text{ MPa}}{500 \text{ MPa}} \cdot 40 \text{ cm} \cdot 83 \text{ cm} = 5.01 \text{ cm}^2$$

$$0.0013 \cdot b \cdot d = 4.32 \text{ cm}^2$$



Usvaja se $7\text{Ø}25$ ($A_{al}^{stv} = 34.36\text{cm}^2$)

$$m=5, n=5+1=6$$

$$n^I = 5 \text{ kom}, d^I = 5.55\text{cm}$$

$$n^{II} = 2 \text{ kom}, d^{II} = 10.55\text{cm}$$

$$d_1 = \frac{5 \cdot d^I + 2 \cdot d^{II}}{5+2} = 6.98\text{cm} \approx d_1^{\text{pret.}} = 7.0\text{cm}$$

b) $M_{Ed} = 1120\text{kNm}$, $N_{Ed} = -450\text{kN}$ (složeno savijanje - sila zatezanja)

$$M_{Es} = M_{Ed} + N_{Ed} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_1 \right)$$

$$M_{Es} = M_{Ed} + N_{Ed} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) = 1120\text{kNm} - 450\text{kN} \cdot \left(\frac{90}{2} - 7 \right) \cdot 10^{-2}\text{m} = 949.00\text{kNm}$$

$$\mu_{Es} = \frac{M_{Es}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{949.00 \cdot 10^2 \text{kNcm}}{40\text{cm} \cdot 83^2 \text{cm}^2 \cdot 1.7\text{kN/cm}^2} = 0.2026$$

iz tablica za pravougaoni presek $\Rightarrow \varepsilon_c/\varepsilon_{s1} = 3.5/-8.84\text{‰}$

$$\omega = 0.230$$

$$\zeta = 0.882$$

Potrebna površina armature

$$A_{s1} = \omega \cdot \frac{f_{cd}}{\sigma_{s1}} \cdot b \cdot d - \frac{N_{Ed}}{\sigma_{s1}} = 0.230 \cdot \frac{17}{434.78} \cdot 40 \cdot 83 - \frac{(-450\text{kN})}{43.48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}} = 29.86 + 10.35 = 40.21\text{cm}^2$$

$$A_{s1} = \frac{M_{Es}}{z \cdot \sigma_{s1}} - \frac{N_{Ed}}{\sigma_{s1}} = \frac{949.00 \cdot 10^2}{0.882 \cdot 83 \cdot 43.48} - \frac{(-450\text{kN})}{43.48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}} = 29.82 + 10.35 = 40.17\text{cm}^2$$

$$A_{s,1} \geq \begin{cases} A_{s,\min} = 0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d = 0.26 \cdot \frac{2.9\text{MPa}}{500\text{MPa}} \cdot 40\text{cm} \cdot 83\text{cm} = 5.01\text{cm}^2 \\ 0.0013 \cdot b \cdot d = 4.32\text{cm}^2 \end{cases}$$

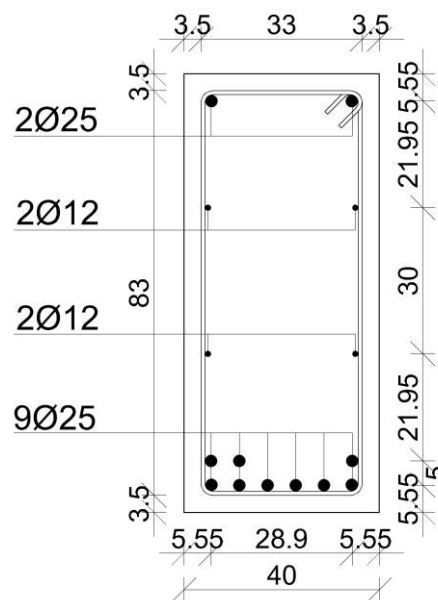
Usvaja se $9\text{Ø}25$ ($A_{al}^{stv} = 44.18\text{cm}^2$)

$$m=5, n=5+1=6$$

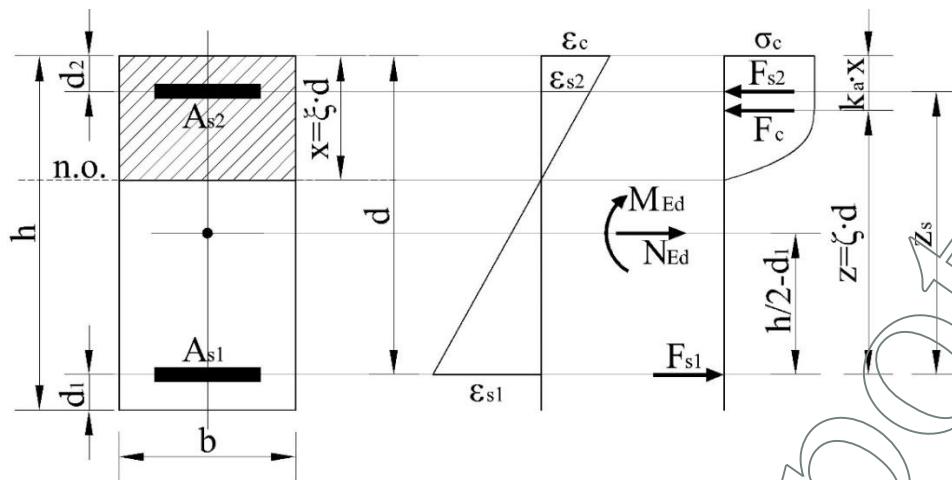
$$n^I = 6 \text{ kom}, d^I = 5.55\text{cm}$$

$$n^{II} = 3 \text{ kom}, d^{II} = 10.55\text{cm}$$

$$d_1 = \frac{6 \cdot d^I + 3 \cdot d^{II}}{6+3} = 7.22\text{cm} \approx d_1^{\text{pret.}} = 7.0\text{cm}$$



KOEFICIJENTI ZA PRORAČUN PRAVOUGAONIH PRESEKA SA PRSLINOM - SLOŽENO I ČISTO SAVIJANJE



$$\sigma_c = \begin{cases} \frac{f_{cd}}{4} (4 - \epsilon_c) \epsilon_c & \text{za } 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c2} = 2,0\text{‰} \\ f_{cd} & \text{za } 2,0\text{‰} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu2} = 3,5\text{‰} \end{cases} \quad \text{klase betona } C \leq 50/60$$

$$\sigma_s = \begin{cases} E_s \cdot \epsilon_s & \text{za } 0 \leq \epsilon_s \leq \epsilon_{yd} = 2,17\text{‰} \\ f_{yd} & \text{za } 2,17\text{‰} \leq \epsilon_s \leq \epsilon_{ud} = 20,0\text{‰} \end{cases} \quad \text{armatura B500B}$$

M_{Ed} , N_{Ed} - uticaji od dejstava, sračunati iz merodavne proračunske situacije, gde je:
sila pritiska $N_{Ed} > 0$, sila zatezanja $N_{Ed} < 0$

$$M_{Es} = M_{Ed} + N_{Ed} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) \quad \Delta M_{Es} = M_{Es} - M_{Es}^* \quad \mu_{Es} = \frac{M_{Es}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad d = \sqrt{\frac{M_{Es}}{b \cdot \mu_{Es} \cdot f_{cd}}}$$

$$A_{s1} = \frac{M_{Es}}{z \cdot \sigma_{s1}} - \frac{N_{Ed}}{\sigma_{s1}} = \omega \cdot \frac{f_{cd}}{\sigma_{s1}} \cdot b \cdot d - \frac{N_{Ed}}{\sigma_{s1}} \quad \text{jednostruko armiran presek}$$

$$A_{s1} = \left. \begin{aligned} & \frac{M_{Es}^*}{z^* \cdot f_{yd}} - \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} + \frac{\Delta M_{Es}}{z_s \cdot f_{yd}} = \omega^* \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \cdot d - \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} + \frac{\Delta M_{Es}}{(d - d_2) \cdot f_{yd}} \\ & A_{s2} = \frac{\Delta M_{Es}}{z_s \cdot f_{yd}} = \frac{\Delta M_{Es}}{(d - d_2) \cdot f_{yd}} \end{aligned} \right\} \quad \text{dvostruko armiran presek}$$

$$\alpha_v = \begin{cases} \frac{\epsilon_c (6 - \epsilon_c)}{12} & \text{za } 0 \leq \epsilon_c \leq 2,0\text{‰} \\ \frac{3 \cdot \epsilon_c - 2}{3 \cdot \epsilon_c} & \text{za } 2,0\text{‰} \leq \epsilon_c \leq 3,5\text{‰} \end{cases}$$

$$k_a = \begin{cases} \frac{8 - \epsilon_c}{4 \cdot (6 - \epsilon_c)} & \text{za } 0 \leq \epsilon_c \leq 2,0\text{‰} \\ \frac{\epsilon_c \cdot (3 \cdot \epsilon_c - 4) + 2}{2 \cdot \epsilon_c \cdot (3 \cdot \epsilon_c - 2)} & \text{za } 2,0\text{‰} \leq \epsilon_c \leq 3,5\text{‰} \end{cases}$$

$$x = \xi \cdot d = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \cdot d \quad z = \zeta \cdot d = (1 - k_a \cdot \xi) \cdot d$$

$$F_{s1} = A_{s1} \cdot \sigma_{s1}, \quad F_{s2} = A_{s2} \cdot f_{yd}, \quad F_c = b \cdot x \cdot \alpha_v \cdot f_{cd}$$

KOEFICIJENTI ZA PRORAČUN PRAVOUGAONIH PRESEKA SA PRSLINOM

LOM PO ARMATURI $\varepsilon_{ud} = 20,0\text{‰}$, $0 \leq \varepsilon_c \leq 3,5\text{‰}$

ε_c	ξ	α_v	k_a	ζ	ω	μ_{Rd}
0,000	0,000	0,000	0,333	1,000	0,000	0,0000
0,025	0,001	0,012	0,334	1,000	0,000	0,0000
0,050	0,002	0,025	0,334	0,999	0,000	0,0001
0,075	0,004	0,037	0,334	0,999	0,000	0,0001
0,100	0,005	0,049	0,335	0,998	0,000	0,0002
0,125	0,006	0,061	0,335	0,998	0,000	0,0004
0,150	0,007	0,073	0,335	0,998	0,001	0,0005
0,175	0,009	0,085	0,336	0,997	0,001	0,0007
0,200	0,010	0,097	0,336	0,997	0,001	0,0010
0,225	0,011	0,108	0,337	0,996	0,001	0,0012
0,250	0,012	0,120	0,337	0,996	0,001	0,0015
0,275	0,014	0,131	0,337	0,995	0,002	0,0018
0,300	0,015	0,143	0,338	0,995	0,002	0,0021
0,325	0,016	0,154	0,338	0,995	0,002	0,0024
0,350	0,017	0,165	0,338	0,994	0,003	0,0028
0,375	0,018	0,176	0,339	0,994	0,003	0,0032
0,400	0,020	0,187	0,339	0,993	0,004	0,0036
0,425	0,021	0,197	0,340	0,993	0,004	0,0041
0,450	0,022	0,208	0,340	0,993	0,005	0,0045
0,475	0,023	0,219	0,340	0,992	0,005	0,0050
0,500	0,024	0,229	0,341	0,992	0,006	0,0055
0,525	0,026	0,240	0,341	0,991	0,006	0,0061
0,550	0,027	0,250	0,342	0,991	0,007	0,0066
0,575	0,028	0,260	0,342	0,990	0,007	0,0072
0,600	0,029	0,270	0,343	0,990	0,008	0,0078
0,625	0,030	0,280	0,343	0,990	0,008	0,0084
0,650	0,031	0,290	0,343	0,989	0,009	0,0090
0,675	0,033	0,300	0,344	0,989	0,010	0,0097
0,700	0,034	0,309	0,344	0,988	0,010	0,0103
0,725	0,035	0,319	0,345	0,988	0,011	0,0110
0,750	0,036	0,328	0,345	0,988	0,012	0,0117
0,775	0,037	0,337	0,346	0,987	0,013	0,0124
0,800	0,038	0,347	0,346	0,987	0,013	0,0132
0,825	0,040	0,356	0,347	0,986	0,014	0,0139
0,850	0,041	0,365	0,347	0,986	0,015	0,0147
0,875	0,042	0,374	0,348	0,985	0,016	0,0154
0,900	0,043	0,383	0,348	0,985	0,016	0,0162
0,925	0,044	0,391	0,349	0,985	0,017	0,0170
0,950	0,045	0,400	0,349	0,984	0,018	0,0178
0,975	0,046	0,408	0,350	0,984	0,019	0,0187
1,000	0,048	0,417	0,350	0,983	0,020	0,0195
1,025	0,049	0,425	0,351	0,983	0,021	0,0204
1,050	0,050	0,433	0,351	0,982	0,022	0,0212
1,075	0,051	0,441	0,352	0,982	0,023	0,0221
1,100	0,052	0,449	0,352	0,982	0,023	0,0230
1,125	0,053	0,457	0,353	0,981	0,024	0,0239
1,150	0,054	0,465	0,353	0,981	0,025	0,0248
1,175	0,055	0,472	0,354	0,980	0,026	0,0257
1,200	0,057	0,480	0,354	0,980	0,027	0,0266
1,225	0,058	0,487	0,355	0,980	0,028	0,0276
1,250	0,059	0,495	0,355	0,979	0,029	0,0285
1,275	0,060	0,502	0,356	0,979	0,030	0,0294
1,300	0,061	0,509	0,356	0,978	0,031	0,0304

ε_c	ξ	α_v	k_a	ζ	ω	μ_{Rd}
1,325	0,062	0,516	0,357	0,978	0,032	0,0314
1,350	0,063	0,523	0,358	0,977	0,033	0,0323
1,375	0,064	0,530	0,358	0,977	0,034	0,0333
1,400	0,065	0,537	0,359	0,977	0,035	0,0343
1,425	0,067	0,543	0,359	0,976	0,036	0,0353
1,450	0,068	0,550	0,360	0,976	0,037	0,0363
1,475	0,069	0,556	0,360	0,975	0,038	0,0373
1,500	0,070	0,563	0,361	0,975	0,039	0,0383
1,525	0,071	0,569	0,362	0,974	0,040	0,0393
1,550	0,072	0,575	0,362	0,974	0,041	0,0403
1,575	0,073	0,581	0,363	0,974	0,042	0,0413
1,600	0,074	0,587	0,364	0,973	0,043	0,0423
1,625	0,075	0,592	0,364	0,973	0,045	0,0433
1,650	0,076	0,598	0,365	0,972	0,046	0,0443
1,675	0,077	0,604	0,366	0,972	0,047	0,0453
1,700	0,078	0,609	0,366	0,971	0,048	0,0464
1,725	0,079	0,615	0,367	0,971	0,049	0,0474
1,750	0,080	0,620	0,368	0,970	0,050	0,0484
1,775	0,082	0,625	0,368	0,970	0,051	0,0494
1,800	0,083	0,630	0,369	0,970	0,052	0,0504
1,825	0,084	0,635	0,370	0,969	0,053	0,0515
1,850	0,085	0,640	0,370	0,969	0,054	0,0525
1,875	0,086	0,645	0,371	0,968	0,055	0,0535
1,900	0,087	0,649	0,372	0,968	0,056	0,0545
1,925	0,088	0,654	0,373	0,967	0,057	0,0555
1,950	0,089	0,658	0,373	0,967	0,058	0,0565
1,975	0,090	0,662	0,374	0,966	0,060	0,0575
2,000	0,091	0,667	0,375	0,966	0,061	0,0585
2,025	0,092	0,671	0,376	0,965	0,062	0,0595
2,050	0,093	0,675	0,377	0,965	0,063	0,0605
2,075	0,094	0,679	0,377	0,965	0,064	0,0615
2,100	0,095	0,683	0,378	0,964	0,065	0,0625
2,125	0,096	0,686	0,379	0,964	0,066	0,0635
2,150	0,097	0,690	0,380	0,963	0,067	0,0645
2,175	0,098	0,693	0,381	0,963	0,068	0,0655
2,200	0,099	0,697	0,381	0,962	0,069	0,0665
2,225	0,100	0,700	0,382	0,962	0,070	0,0674
2,250	0,101	0,704	0,383	0,961	0,071	0,0684
2,275	0,102	0,707	0,384	0,961	0,072	0,0694
2,300	0,103	0,710	0,385	0,960	0,073	0,0703
2,325	0,104	0,713	0,385	0,960	0,074	0,0713
2,350	0,105	0,716	0,386	0,959	0,075	0,0723
2,375	0,106	0,719	0,387	0,959	0,076	0,0732
2,400	0,107	0,722	0,388	0,958	0,077	0,0742
2,425	0,108	0,725	0,389	0,958	0,078	0,0751
2,450	0,109	0,728	0,389	0,958	0,079	0,0761
2,475	0,110	0,731	0,390	0,957	0,080	0,0770
2,500	0,111	0,733	0,391	0,957	0,081	0,0779
2,525	0,112	0,736	0,392	0,956	0,083	0,0789
2,550	0,113	0,739	0,392	0,956	0,084	0,0798
2,575	0,114	0,741	0,393	0,955	0,085	0,0807
2,600	0,115	0,744	0,394	0,955	0,086	0,0817
2,625	0,116	0,746	0,395	0,954	0,087	0,0826

ε_c	ξ	α_v	k_a	ζ	ω	μ_{Rd}
2,650	0,117	0,748	0,395	0,954	0,088	0,0835
2,675	0,118	0,751	0,396	0,953	0,089	0,0844
2,700	0,119	0,753	0,397	0,953	0,090	0,0853
2,725	0,120	0,755	0,397	0,952	0,091	0,0863
2,750	0,121	0,758	0,398	0,952	0,092	0,0872
2,775	0,122	0,760	0,399	0,951	0,093	0,0881
2,800	0,123	0,762	0,400	0,951	0,094	0,0890
2,825	0,124	0,764	0,400	0,950	0,095	0,0899
2,850	0,125	0,766	0,401	0,950	0,096	0,0908
2,875	0,126	0,768	0,402	0,950	0,097	0,0917
2,900	0,127	0,770	0,402	0,949	0,098	0,0926
2,925	0,128	0,772	0,403	0,949	0,099	0,0934
2,950	0,129	0,774	0,404	0,948	0,099	0,0943
2,975	0,129	0,776	0,404	0,948	0,100	0,0952
3,000	0,130	0,778	0,405	0,947	0,101	0,0961
3,025	0,131	0,780	0,405	0,947	0,102	0,0970
3,050	0,132	0,781	0,406	0,946	0,103	0,0978
3,075	0,133	0,783	0,407	0,946	0,104	0,0987
3,100	0,134	0,785	0,407	0,945	0,105	0,0996
3,125	0,135	0,787	0,408	0,945	0,106	0,1004
3,150	0,136	0,788	0,408	0,944	0,107	0,1013
3,175	0,137	0,790	0,409	0,944	0,108	0,1022
3,200	0,138	0,792	0,410	0,944	0,109	0,1030
3,225	0,139	0,793	0,410	0,943	0,110	0,1039
3,250	0,140	0,795	0,411	0,943	0,111	0,1047
3,275	0,141	0,796	0,411	0,942	0,112	0,1056
3,300	0,142	0,798	0,412	0,942	0,113	0,1064
3,325	0,143	0,799	0,412	0,941	0,114	0,1073
3,350	0,143	0,801	0,413	0,941	0,115	0,1081
3,375	0,144	0,802	0,413	0,940	0,116	0,1089
3,400	0,145	0,804	0,414	0,940	0,117	0,1098
3,425	0,146	0,805	0,414	0,939	0,118	0,1106
3,450	0,147	0,807	0,415	0,939	0,119	0,1114
3,475	0,148	0,808	0,415	0,938	0,120	0,1123
3,500	0,149	0,810	0,416	0,938	0,121	0,1131

t6k-bk-115

spot.rs

ε_s	ξ	ζ	ω	μ_{Rd}
15,70	0,182	0,924	0,148	0,1364
15,80	0,181	0,925	0,147	0,1357
15,90	0,180	0,925	0,146	0,1351
16,00	0,179	0,925	0,145	0,1345
16,10	0,179	0,926	0,145	0,1338
16,20	0,178	0,926	0,144	0,1332
16,30	0,177	0,926	0,143	0,1326
16,40	0,176	0,927	0,142	0,1320
16,50	0,175	0,927	0,142	0,1314
16,60	0,174	0,928	0,141	0,1308
16,70	0,173	0,928	0,140	0,1302
16,80	0,172	0,928	0,140	0,1296
16,90	0,172	0,929	0,139	0,1290
17,00	0,171	0,929	0,138	0,1284
17,10	0,170	0,929	0,138	0,1278
17,20	0,169	0,930	0,137	0,1272
17,30	0,168	0,930	0,136	0,1267
17,40	0,167	0,930	0,136	0,1261
17,50	0,167	0,931	0,135	0,1256
17,60	0,166	0,931	0,134	0,1250
17,70	0,165	0,931	0,134	0,1245
17,80	0,164	0,932	0,133	0,1239
17,90	0,164	0,932	0,132	0,1234
18,00	0,163	0,932	0,132	0,1229
18,10	0,162	0,933	0,131	0,1223
18,20	0,161	0,933	0,131	0,1218
18,30	0,161	0,933	0,130	0,1213
18,40	0,160	0,934	0,129	0,1208
18,50	0,159	0,934	0,129	0,1203
18,60	0,158	0,934	0,128	0,1198
18,70	0,158	0,934	0,128	0,1193
18,80	0,157	0,935	0,127	0,1188
18,90	0,156	0,935	0,126	0,1183
19,00	0,156	0,935	0,126	0,1178
19,10	0,155	0,936	0,125	0,1173
19,20	0,154	0,936	0,125	0,1168
19,30	0,154	0,936	0,124	0,1163
19,40	0,153	0,936	0,124	0,1159
19,50	0,152	0,937	0,123	0,1154
19,60	0,152	0,937	0,123	0,1149
19,70	0,151	0,937	0,122	0,1145
19,80	0,150	0,938	0,122	0,1140
19,90	0,150	0,938	0,121	0,1135
20,00	0,149	0,938	0,121	0,1131

tbk-bk

spot.rs

Geometrijske karakteristike B500B armature prema SRPS EN 10080																
∅	Površina poprečnog preseka za n komada															Težina
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
[mm]	[cm ²]															[kg/m]
6	0.28	0.57	0.85	1.13	1.41	1.70	1.98	2.26	2.54	2.83	3.11	3.39	3.68	3.96	4.24	0.222
8	0.50	1.01	1.51	2.01	2.51	3.02	3.52	4.02	4.52	5.03	5.53	6.03	6.53	7.04	7.54	0.395
10	0.79	1.57	2.36	3.14	3.93	4.71	5.50	6.28	7.07	7.85	8.64	9.42	10.21	11.00	11.78	0.617
12	1.13	2.26	3.39	4.52	5.65	6.79	7.92	9.05	10.18	11.31	12.44	13.57	14.70	15.83	16.96	0.888
14	1.54	3.08	4.62	6.16	7.70	9.24	10.78	12.32	13.85	15.39	16.93	18.47	20.01	21.55	23.09	1.210
16	2.01	4.02	6.03	8.04	10.05	12.06	14.07	16.08	18.10	20.11	22.12	24.13	26.14	28.15	30.16	1.580
20	3.14	6.28	9.42	12.57	15.71	18.85	21.99	25.13	28.27	31.42	34.56	37.70	40.84	43.98	47.12	2.470
25	4.91	9.82	14.73	19.63	24.54	29.45	34.36	39.27	44.18	49.09	54.00	58.90	63.81	68.72	73.63	3.850
28	6.16	12.32	18.47	24.63	30.79	36.95	43.10	49.26	55.42	61.58	67.73	73.89	80.05	86.21	92.36	4.830
32	8.04	16.08	24.13	32.17	40.21	48.25	56.30	64.34	72.38	80.42	88.47	96.51	104.55	112.59	120.64	6.310
40	12.57	25.13	37.70	50.27	62.83	75.40	87.96	100.53	113.10	125.66	138.23	150.80	163.36	175.93	188.50	9.860
50	19.63	39.27	58.90	78.54	98.17	117.81	137.44	157.08	176.71	196.35	215.98	235.62	255.25	274.89	294.52	15.400

tbk-
D

TEORIJA BETONSKIH KONSTRUKCIJA 1

vežbe br. 5 (2 časa)

DVOSTRUKO (DVOJNO, OBOSTRANO) ARMIRANI PRESECI

Kada jednostruko armirani presek, sa punim korišćenjem pritisnutog betona ($\sigma_c = f_{cd}$) i $\varepsilon_c = 3.5\%$, nije u stanju da primi spoljašnji moment M_{Es} , tada se projektuje dvostruko (dvojno, obostrano) armirani presek.

To se dešava kada su dimenzije poprečnog preseka limitirane, kada se ne može promeniti klasa čvrstoće betona i sl.

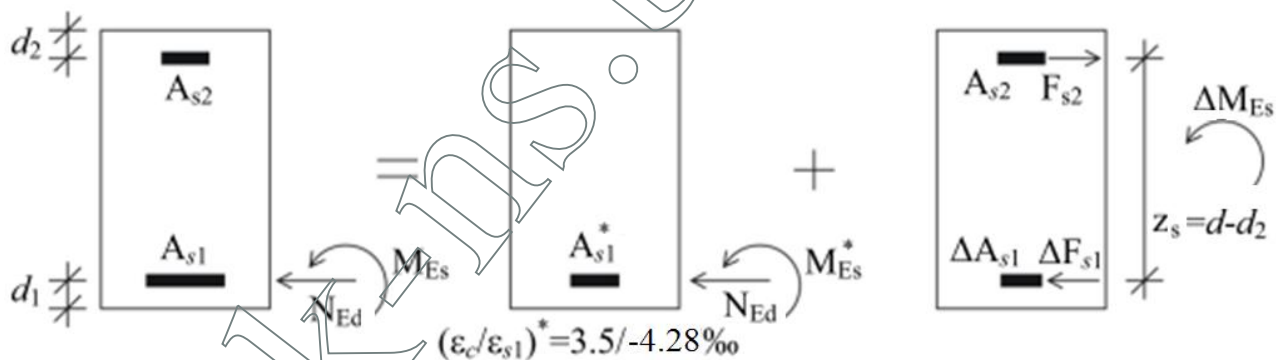
U području dilatacija $\varepsilon_s^* = -4.28\% \leq \varepsilon_s \leq 0$ u armaturi, smanjuje se napon (čelik je neiskorišćen) što ima za posledicu neracionalno povećanje potrebne površine zategnute armature A_{s1} .

Za $\varepsilon_{s1} \leq -4.28\%$ treba preći sa jednostrukog armiranja na dvostruko armiranje sa stanjem dilatacija $\varepsilon_c/\varepsilon_{s1} = 3.5/-4.28\%$ (stanje (*)) za koje iz tablica za jednostruko armiranje (pravougaoni presek) bezdimenzionalni koeficijenti su:

$$\mu_{Ed}^* = 0.2960$$

$$\omega^* = 0.364$$

$$\zeta^* = 0.813$$



gde su:

- M_{Es}^* - granični moment savijanja u odnosu na težište zategnute armature koji presek može da prihvati kao jednostruko armiran, tj pri stanju dilatacija $\varepsilon_c/\varepsilon_{s1} = 3.5/-4.28\%$ (potpuno iskorišćenje pritisnutog betona).

$$M_{Es}^* = \mu_{Es} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

- $\Delta M_{Es} = M_{Es} - M_{Es}^*$ - dodatni granični moment savijanja koji se poverava spregu sila $F_{s2} = \Delta F_{s1}$ koje primaju pritisnuta armatura A_{s2} i zategnuta armatura ΔA_{s1} .

$$A_{s2} = \frac{\Delta M_{Es}}{z_s \cdot f_{yd}} = \frac{\Delta M_{Es}}{(d - d_2) \cdot f_{yd}}$$

$$\Delta A_{s1} = \frac{\Delta M_{Es}}{(d-d_2) \cdot f_{yd}}$$

- A_{s1}^* - površina zategnute armature za stanje dilatacija $\varepsilon_c/\varepsilon_{s1}=3.5/-4.28\%$

$$A_{s1}^* = \omega^* \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \cdot d - \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \quad \text{ili}$$

$$A_{s1}^* = \frac{M_{Es}^*}{z^* \cdot f_{yd}} - \frac{N_{Ed}}{f_{yd}}$$

- A_{s1} - ukupna površina zategnute armature

$$A_{s1} = A_{s1}^* + \Delta A_{s1}$$

$$A_{s1} = \omega^* \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \cdot d - \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} + \frac{\Delta M_{Es}}{(d-d_2) \cdot f_{yd}} \quad \text{ili}$$

$$A_{s1} = \frac{M_{Es}^*}{z^* \cdot f_{yd}} - \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} + \frac{\Delta M_{Es}}{(d-d_2) \cdot f_{yd}}$$

PRIMER BR. 1

Dimenzionisati AB pravougaoni presek izložen čistom savijanju.

$$b/h = 30/60 \text{ cm}$$

$$M_G = 304.0 \text{ kNm}$$

$$M_Q = 140.0 \text{ kNm}$$

$$M_{Ed} = 1.35 \cdot M_G + 1.5 \cdot M_Q = 1.35 \cdot 304.0 + 1.5 \cdot 140.0 = 620.4 \text{ kNm}$$

$$C30/37 \Rightarrow f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c = 0.85 \cdot 30 / 1.5 = 17.0 \text{ MPa} = 1.7 \text{ kN/cm}^2$$

$$B500B \Rightarrow f_{yd} = 500 / 1.15 = 434.78 \text{ MPa} = 43.478 \text{ kN/cm}^2$$

$$c_{nom} = 3.0 \text{ cm}$$

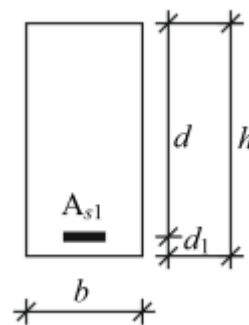
Dimenzionisanje

$$d_1^{pret.} = 8.0 \text{ cm}$$

$$d = h - d_1 = 60 - 8 = 52.0 \text{ cm}$$

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{620.4 \cdot 10^2 \text{ kNcm}}{30 \text{ cm} \cdot 52^2 \text{ cm}^2 \cdot 1.7 \text{ kN/cm}^2} = 0.4499 \Rightarrow \varepsilon_c/\varepsilon_{s1} = 3.5/-0.52\%$$

$$\mu_{Ed} > \mu_{Ed}^* = 0.2960, \varepsilon_{s1} \leq 4.28\% \Rightarrow \text{dvojno armiranje}$$



Rešenje zadatka kao jednostruko armiran presek:

$$\varepsilon_{s1} \leq 2.17\% \Rightarrow \sigma_{s1} = E_s \cdot \varepsilon_{s1} = 200 \cdot 10^3 \cdot 0.0217 = 4340 \text{ MPa} < f_{yd} = 434.78 \text{ MPa}$$

iz tablica za pravougaoni presek $\omega = 0.705$
 $\zeta = 0.638$

$$A_{s1} = \omega \cdot \frac{f_{cd}}{\sigma_{s1}} \cdot b \cdot d = 0.705 \cdot \frac{17.0 \text{ MPa}}{104.0 \text{ MPa}} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 52 \text{ cm} = 179.78 \text{ cm}^2$$

Rešenje kao dvostruko armiran presek

$$\mu_{Ed} = 0.4499 \Rightarrow \varepsilon_c / \varepsilon_{s1} = 3.5 / -0.52\%$$

$\mu_{Ed} > \mu_{Ed}^* = 0.2960$, $\varepsilon_{s1} \leq -4.28\%$ \Rightarrow dvojno armiranje

zadržava se $(\varepsilon_c / \varepsilon_{s1})^* = 3.5 / -4.28\%$ $\Rightarrow \mu_{Ed}^* = 0.2960$

$$\omega^* = 0.364$$

$$\zeta^* = 0.813$$

$$M_{Ed}^* = \mu_{Ed}^* \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} = 0.2960 \cdot 30 \cdot 52^2 \cdot 1.70 = 40819.6 \text{ kNcm} = 408.20 \text{ kNm}$$

$$\Delta M_{Ed} = M_{Ed} - M_{Ed}^* = 620.4 - 408.2 = 212.2 \text{ kNm}$$

$$A_{s1} = A_{s1}^* + \Delta A_{s1}$$

$$A_{s1}^* = \omega^* \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \cdot d = 0.364 \cdot \frac{17.0}{434.78} \cdot 30 \cdot 52.0 = 22.2 \text{ cm}^2$$

pret. $d_2 = 5 \text{ cm}$

$$\Delta A_{s1} = \frac{\Delta M_{Ed}}{(d - d_2) \cdot f_{yd}} = \frac{212.2 \cdot 10^2}{(52.0 - 5.0) \cdot 43.478} = 11.09 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = A_{s1}^* + \Delta A_{s1} = 22.2 + 11.09 = 33.29 \text{ cm}^2$$

poređenje (ukupno $A_s = A_{s1} + A_{s2}$)

$$A_s = 33.29 + 11.09 = 44.38 \text{ cm}^2 < 179.78 \text{ cm}^2 \text{ (jedn.arm.)}$$

usvaja se: $12\text{Ø}20$ ($A_{s1}^{\text{stv.}} = 37.70 \text{ cm}^2$)

$4\text{Ø}20$ ($A_{s2}^{\text{stv.}} = 12.57 \text{ cm}^2$)

$\text{UØ}8/20$

$$d' = c_{\text{nom}} + \varnothing_u + \frac{\varnothing}{2} = 3.0 + 0.8 + \frac{2.0}{2} = 4.80 \text{ cm}$$

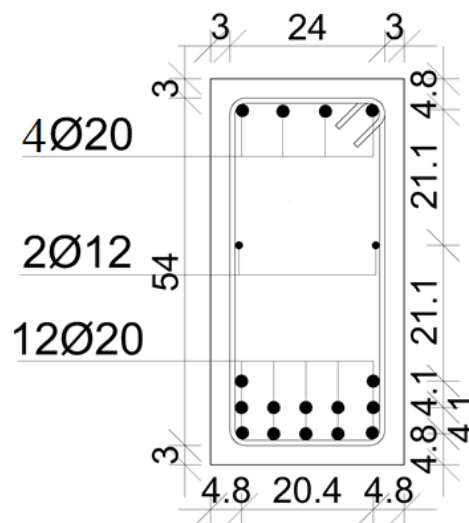
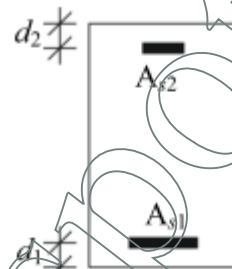
$$d'' = d' + d_v + \varnothing = 4.80 + 2.1 + 2.0 = 8.90 \text{ cm}, d_g = 16 \text{ mm}$$

$$d''' = d'' + d_v + \varnothing = 8.90 + 2.1 + 2.0 = 13.00 \text{ cm}$$

$$m = \frac{b - 2 \cdot d'}{a_h + \varnothing} = \frac{30 - 2 \cdot 4.80}{2.1 + 2.0} = 4.98 \Rightarrow n = 5 \text{ kom}$$

$$d_1 = \frac{5 \cdot 4.80 + 5 \cdot 8.90 + 2 \cdot 13.0}{5 + 5 + 2} = 7.88 \text{ cm} \leq d_1^{\text{pret.}} = 8.0 \text{ cm}$$

$$d_2 = 4.80 \text{ cm} \leq d_2^{\text{pret.}} = 5.0 \text{ cm}$$



PRIMER BR.2

Dimenzionisati AB pravougaoni presek izložen složenom savijanju.

$$b/h = 30/60 \text{ cm}$$

$$M_G = 225.0 \text{ kNm}, N_G = 75.0 \text{ kN}$$

$$M_Q = 135.0 \text{ kNm}, N_Q = 65.0 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 1.35 \cdot M_G + 1.5 \cdot M_Q = 1.35 \cdot 225.0 + 1.5 \cdot 135.0 = 506.25 \text{ kNm}$$

$$N_{Ed} = 1.35 \cdot N_G + 1.5 \cdot N_Q = 1.35 \cdot 75.0 + 1.5 \cdot 65.0 = 198.75 \text{ kN}$$

$$C25/30 \Rightarrow f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c = 0.85 \cdot 25 / 1.5 = 14.17 \text{ MPa} = 1.417 \text{ kN/cm}^2$$

$$B500B \Rightarrow f_{yd} = 500 / 1.15 = 434.78 \text{ MPa} = 43.478 \text{ kN/cm}^2$$

$$c_{nom} = 3.0 \text{ cm}$$



Dimenzionisanje

$$d_1^{pret.} = 7.0 \text{ cm}$$

$$d = h - d_1 = 60 - 7 = 53.0 \text{ cm}$$

$$M_{Es} = M_{Ed} + N_{Ed} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) = 506.25 \text{ kNm} + 198.75 \text{ kN} \cdot \left(\frac{60}{2} - 7.0 \right) \cdot 10^{-2} \text{ m} = 551.96 \text{ kNm}$$

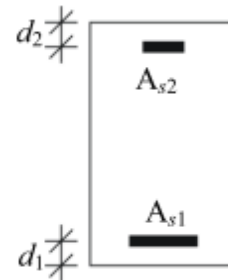
$$\mu_{Es} = \frac{M_{Es}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{551.96 \cdot 10^2 \text{ kNcm}}{30 \text{ cm} \cdot 53^2 \text{ cm}^2 \cdot 1.417 \text{ kN/cm}^2} = 0.4623 \Rightarrow \varepsilon_c / \varepsilon_{s1} = 3.5 / -0.25\%$$

$$\mu_{Es} > \mu_{Ed}^* = 0.2960, \varepsilon_{s1} \leq 4.28\% \Rightarrow \text{dvojno armiranje}$$

$$\text{zadržava se } (\varepsilon_c / \varepsilon_{s1})^* = 3.5 / 4.28\% \Rightarrow \mu_{Ed}^* = 0.2960$$

$$\omega^* = 0.364$$

$$\zeta^* = 0.813$$



$$M_{Es}^* = \mu_{Es}^* \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} = 0.2960 \cdot 30 \cdot 53^2 \cdot 1.417 = 35337.2 \text{ kNcm} = 353.37 \text{ kNm}$$

$$\Delta M_{Es} = M_{Es} - M_{Es}^* = 551.96 - 353.37 = 198.59 \text{ kNm}$$

$$A_{s1} = A_{s1}^* + \Delta A_{s1}$$

$$A_{s1}^* = \omega^* \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \cdot d - \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} = 0.364 \cdot \frac{14.17}{434.78} \cdot 30 \cdot 53.0 - \frac{198.75}{43.478} = 14.29 \text{ cm}^2$$

$$\text{pret. } d_2 = 5 \text{ cm}$$

$$\Delta A_{s1} = \frac{\Delta M_{Es}}{(d - d_2) \cdot f_{yd}} = \frac{198.59 \cdot 10^2}{(53.0 - 5.0) \cdot 43.478} = 9.93 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = A_{s1}^* + \Delta A_{s1} = 14.29 + 9.93 = 24.22 \text{ cm}^2$$

$$A_{s2} = \Delta A_{s1} = \frac{\Delta M_{Es}}{(d - d_2) \cdot f_{yd}} = \frac{198.59 \cdot 10^2}{(53.0 - 5.0) \cdot 43.478} = 9.93 \text{ cm}^2$$

usvaja se: $8\emptyset 20$ ($A_{s1}^{\text{stv.}} = 25.13 \text{ cm}^2$)

$3\emptyset 20$ ($A_{s2}^{\text{stv.}} = 9.43 \text{ cm}^2$)

U \emptyset 8/20

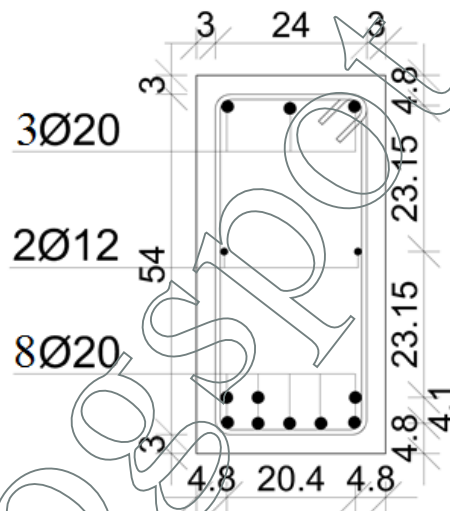
$$d' = c_{\text{nom}} + \emptyset_u + \frac{\emptyset}{2} = 3.0 + 0.8 + \frac{2.0}{2} = 4.80 \text{ cm}$$

$$d'' = d' + d_v + \emptyset = 4.80 + 2.1 + 2.0 = 8.90 \text{ cm}$$

$$m = \frac{b - 2 \cdot d'}{a_h + \emptyset} = \frac{30 - 2 \cdot 4.80}{2.1 + 2.0} = 4.98 \Rightarrow n = 5 \text{ kom}$$

$$d_1 = \frac{5 \cdot 4.80 + 3 \cdot 8.90}{5 + 3} = 6.34 \text{ cm} \leq d_1^{\text{pret.}} = 7.0 \text{ cm}$$

$$d_2 = 4.80 \text{ cm} \leq d_2^{\text{pret.}} = 5.0 \text{ cm}$$



PRIMER 3

Izvršiti dimenzionisanje grede prema zatom opterećenju, pri čemu promenljiva opterećenja q_1 i q_2 deluju istovremeno na nosaču sa koeficijentima za kombinovanje opterećenja $\psi_0=0,7$.

Podaci:

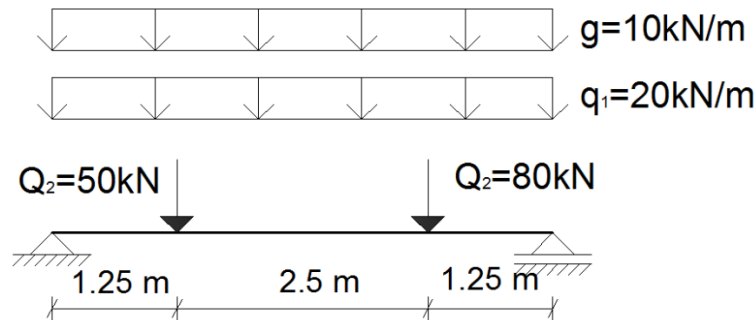
$$b/h = 25/45\text{cm}$$

$$C25/30 \Rightarrow f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c = 0,85 \cdot 25 / 1,5 = 14,17\text{MPa} = 1,417\text{kN/cm}^2; \text{ trofrakijski beton}$$

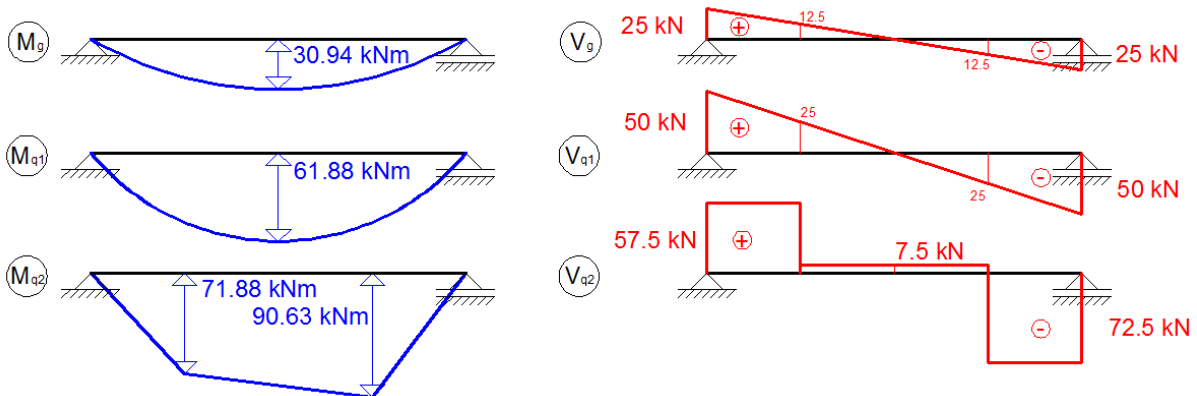
$$B500B \Rightarrow \sigma_{s1} = f_{yk} / \gamma_s = 500 / 1,15 = 434,78\text{MPa} = 43,478\text{kN/cm}^2$$

klasa izloženosti sredine: XC3

klasa objekta: S4



- Dijagrami M i V za dimenzionisanje:



Sa dijagrama momenta savijanja vidi se da je dominantno opterećenje Q_2 pa je merodavna kombinacija opterećenja za dimenzionisanje $M_{Ed} = 1,35 \cdot M_g + 1,5 \cdot M_{q2} + 1,5 \cdot 0,7 \cdot M_{q1}$. Potrebno je odrediti položaj i intenzitet merodavnog momenta savijanja. Položaj $M_{Ed,max}$ može se odrediti preko dijagrama transverzalnih sila, ali treba koristiti dijagram koji je dobijen preko iste kombinacije opterećenja ($V_{Ed} = 1,35 \cdot V_g + 1,5 \cdot V_{q2} + 1,5 \cdot 0,7 \cdot V_{q1}$).

$$V_{Ed,a} = 1,35 \cdot 25 + 1,5 \cdot 57,5 + 1,5 \cdot 0,7 \cdot 50 = 172,5 \text{ kN}$$

$$V_{Ed,b,levo} = 1,35 \cdot 12,5 + 1,5 \cdot 57,5 + 1,5 \cdot 0,7 \cdot 25 = 129,375 \text{ kN}$$

$$V_{Ed,b,desno} = 1,35 \cdot 12,5 + 1,5 \cdot 7,5 + 1,5 \cdot 0,7 \cdot 25 = 54,375 \text{ kN}$$

$$V_{Ed,c,levo} = 1,35 \cdot (-12,5) + 1,5 \cdot 7,5 + 1,5 \cdot 0,7 \cdot (-25) = -31,875 \text{ kN}$$

$$V_{Ed,c,desno} = 1,35 \cdot (-12,5) + 1,5 \cdot (-72,5) + 1,5 \cdot 0,7 \cdot (-25) = -151,875 \text{ kN}$$

$$V_{Ed,d} = 1,35 \cdot (-25) + 1,5 \cdot (-72,5) + 1,5 \cdot 0,7 \cdot (-50) = -195 \text{ kN}$$

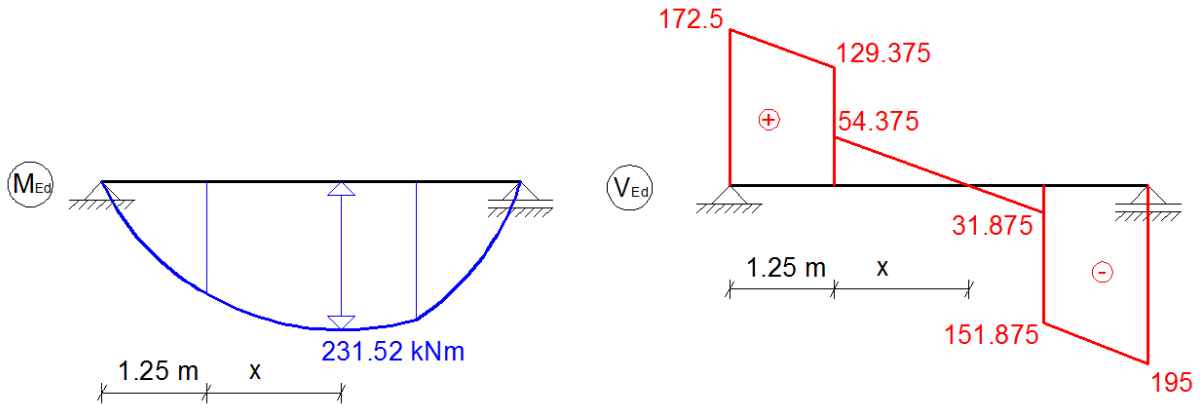
$$\text{Položaj } M_{max} \text{ je: } 1,25 + x = 1,25 + 2,5 \cdot \frac{54,375}{54,375 + 31,875} = 1,25 + 1,576 = 2,826\text{m}$$

Reakcije u nepokretnom ležištu su: $R_{a,g}=25 \text{ kN}$; $R_{a,q1}=50 \text{ kN}$; $R_{a,q2}=57,5 \text{ kN}$

$$M_{Ed} = 1,35 \cdot M_g + 1,5 \cdot M_{q2} + 1,5 \cdot 0,7 \cdot M_{q1}$$

$$= 1,35 \cdot (25 \cdot 2,826 - 10 \cdot \frac{2,826^2}{2}) + 1,5 \cdot (57,5 \cdot 2,826 - 50 \cdot 1,576) + 1,05 \cdot (50 \cdot 2,826 - 20 \cdot \frac{2,826^2}{2})$$

$$= 231,52 \text{ kNm}$$



- Dimenzionisanje:

$$d_1^{\text{pret.}} = 7,0 \text{ cm}$$

$$d = h - d_1 = 45 - 7 = 38,0 \text{ cm}$$

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{231,52 \cdot 10^2}{25 \cdot 38^2 \cdot 1,417} = 0,4527 \Rightarrow \text{dvostruko armiranje, lom po betonu}$$

μ	ω	ζ	ξ	ε
0,4553	0,726	0,627	0,897	0,40
0,4505	0,708	0,636	0,875	0,50
0,4527	0,716	0,632	0,885	0,454

$$M_{Ed}^* = \mu_{Ed}^* \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} = 0,2960 \cdot 25 \cdot 38^2 \cdot 1,417 = 189,94 \text{ kNm}$$

$$\Delta M_{Ed} = M_{Ed} - M_{Ed}^* = 231,52 - 189,94 = 41,58 \text{ kNm}$$

$$A_{s1}^* = \omega^* \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \cdot d = 0,364 \cdot \frac{14,17}{434,78} \cdot 25 \cdot 38 = 15,48 \text{ cm}^2$$

$$\text{pret. } d_2 = 5 \text{ cm}$$

$$\Delta A_{s1} = \frac{\Delta M_{Ed}}{(d - d_2) \cdot f_{yd}} = \frac{41,58 \cdot 10^2}{(38 - 5) \cdot 43,478} = 2,90 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = A_{s1}^* + \Delta A_{s1} = 15,48 + 2,9 = 18,38 \text{ cm}^2$$

$$A_{s2} = \Delta A_{s1} = 2,9 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,\min} = 0,26 \cdot \frac{f_{cm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d = 0,26 \cdot \frac{2,6}{500} \cdot 25 \cdot 38 = 1,28 \text{ cm}^2 \geq 0,0013 \cdot b \cdot d = 1,24 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,\max} = 0,04 \cdot b \cdot h = 45,0 \text{ cm}^2$$

⇒ usvaja se: 10Ø16 ($A_{s1}^{\text{stv.}} = 20,11 \text{ cm}^2$)
 2Ø14 ($A_{s2}^{\text{stv.}} = 3,08 \text{ cm}^2$)
 UØ8

Raspored armature u donjoj zoni:

$$c_{\min} = \max \begin{cases} c_{\min,b} = 16 \text{ mm} \\ c_{\min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add} = 25 \text{ mm} \Rightarrow c_{\min} = 25 \text{ mm} \\ 10 \text{ mm} \end{cases}$$

$$\Delta c_{dev} = 10 \text{ mm}$$

$$c_{nom} = c_{\min} + \Delta c_{dev} = 25 + 10 = 35 \text{ mm}$$

$$a_h, a_v \geq \begin{cases} 20 \text{ mm} \\ k_1 \cdot \varnothing = 16 \text{ mm} \\ k_2 + d_g = 5 + 16 = 21 \text{ mm} \end{cases} \Rightarrow a_v, a_h = 21 \text{ mm}$$

$$d^I = c_{nom} + \varnothing_u + \frac{\varnothing}{2} = 35 + 8 + \frac{16}{2} = 51 \text{ mm}$$

$$m = \frac{b - 2 \cdot d^I}{a_h + \varnothing} = \frac{250 - 2 \cdot 51}{21 + 16} = 4$$

$$n^I = m + 1 = 4 + 1 = 5 \text{ kom}$$

$$n^{II} = n - n^I = 10 - 5 = 5 \text{ kom}$$

$$d^{II} = d^I + a_v + \varnothing = 51 + 21 + 16 = 88 \text{ mm}$$

Položaj težišta zategnute armature:

$$d_1 = \frac{n^I \cdot d^I + n^{II} \cdot d^{II}}{n} = \frac{5 \cdot 51 + 5 \cdot 88}{10} = 69,5 \text{ mm}$$

Raspored armature u gornjoj zoni:

$$c_{\min} = \max \begin{cases} c_{\min,b} = 14 \text{ mm} \\ c_{\min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add} = 25 \text{ mm} \Rightarrow c_{\min} = 25 \text{ mm} \\ 10 \text{ mm} \end{cases}$$

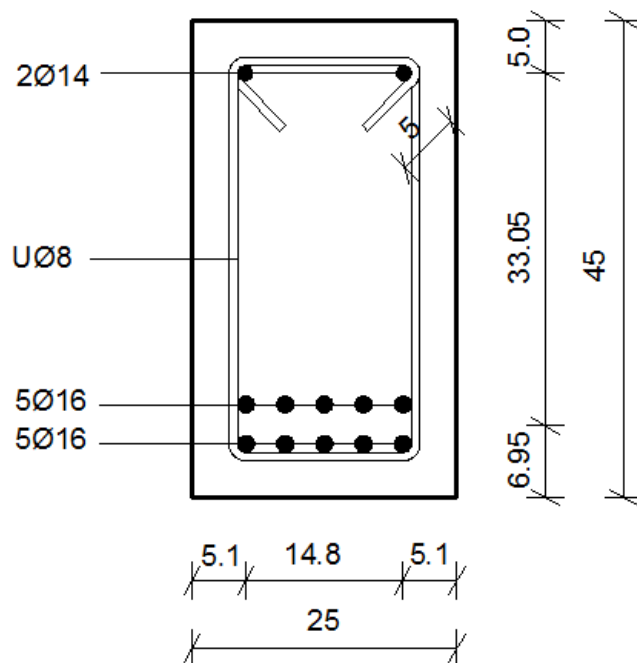
$$\Delta c_{dev} = 10 \text{ mm}$$

$$c_{nom} = c_{\min} + \Delta c_{dev} = 25 + 10 = 35 \text{ mm}$$

$$a_h, a_v \geq \begin{cases} 20 \text{ mm} \\ k_1 \cdot \varnothing = 14 \text{ mm} \\ k_2 + d_g = 5 + 16 = 21 \text{ mm} \end{cases} \Rightarrow a_v, a_h = 21 \text{ mm}$$

$$d^I = c_{nom} + \varnothing_u + \frac{\varnothing}{2} = 35 + 8 + \frac{14}{2} = 50 \text{ mm}$$

$n^I = 2 \text{ kom}$
 $d_1 = 50 \text{ mm}$



TEORIJA BETONSKIH KONSTRUKCIJA 1

vežbe br. 6 (2 časa)

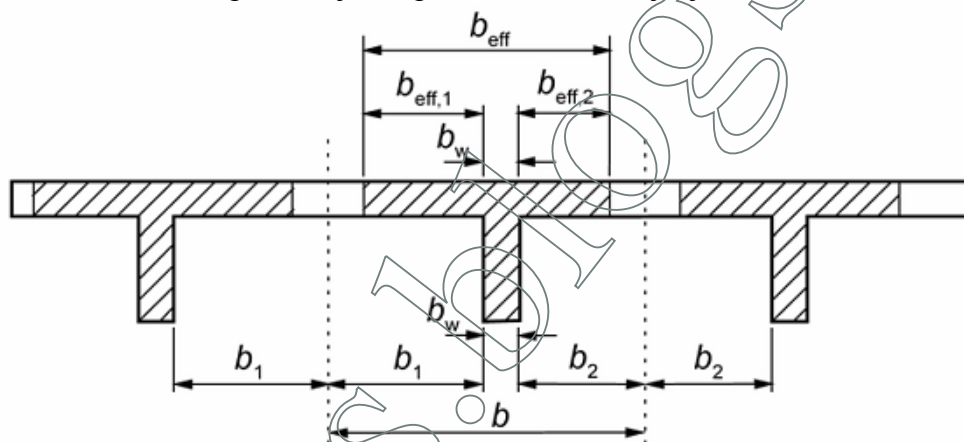
DIMENZIONISANJE ARMIRANOBETONSKIH " T " PRESEKA

Dimenzionisanje "T" preseka podrazumeva dimenzionisanje preseka koji, bez obzira na geometrijski oblik, imaju "T" oblik pritisnute zone betona.

Pritisnuti deo preseka oblika "T" javlja se kod greda oblikovanih od flanše i rebra, kod podvlaka koje rade zajedno sa armiranobetonskim pločama itd.

Efektivna sadejstvjuća širina flanše (ploče)

Širina na kojoj se može pretpostaviti da je dijagram napona pritiska jednakodeljen, zavisi od dimenzija rebra i flanše, vrste opterećenja, raspona, uslova oslanjanja i transverzalne armature.



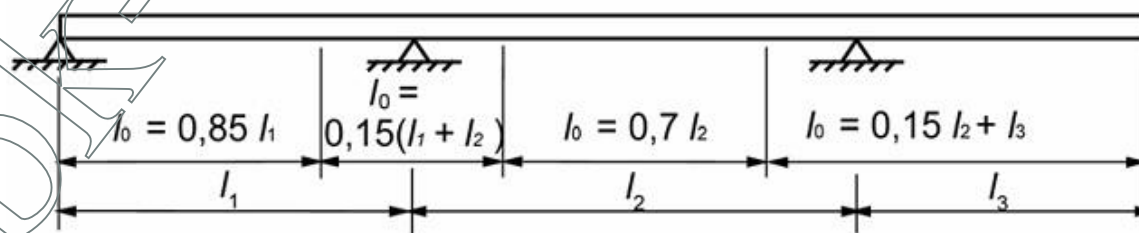
Slika 1. Parametri za efektivnu širinu flanše

$$b_{\text{eff}} = \sum b_{\text{eff},i} + b_w \leq b$$

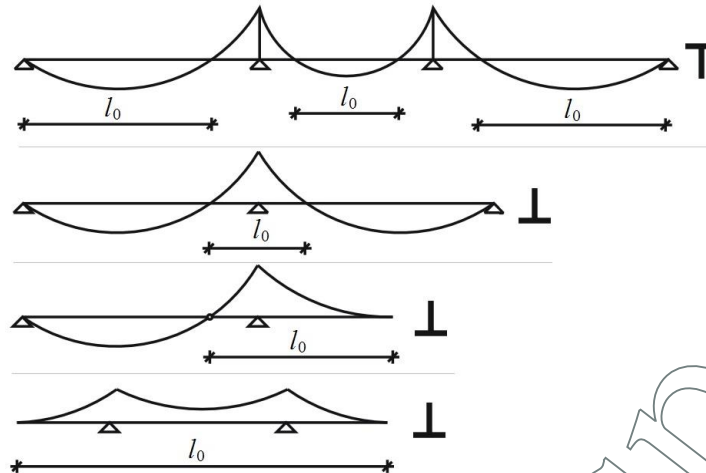
gde je: $b_{\text{eff},i} = 0.2b_i + 0.1l_0 \leq 0.2l_0$

$$b_{\text{eff}} \leq b_i$$

Efektivna širina flanše određuje se na osnovu rastojanja l_0 između tačaka nultih momenata duž raspona, prema Slici 2, (raspon konzole l_3 treba da bude manji od polovine raspona susednog polja, a odnos raspona susednih polja treba da bude između 2/3 i 1,5).

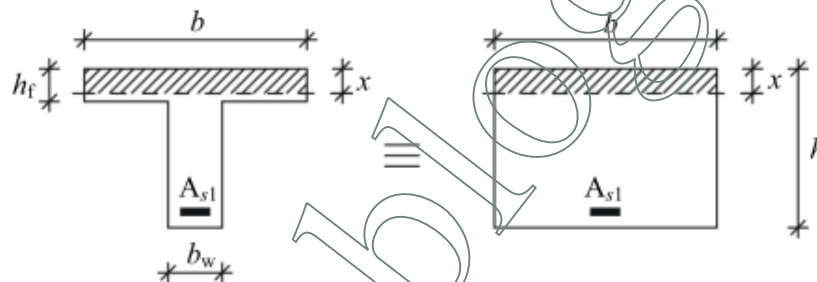


Slika 2. Definicija l_0 za proračun efektivne širine flanše T i L preseka



Slika 3. Rastojanje l_0 za proračun efektivne širine flanše T i L preseka
Postupci proračuna "T" preseka

- za $x \leq h_f \Rightarrow$ svodi se na slučaj pravougaonog preseka sa širinom b .

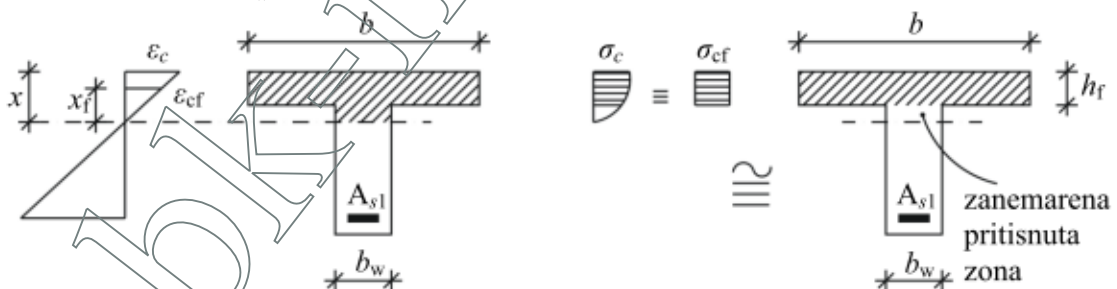


- za $x > h_f \Rightarrow$ pritisnuta površina u obliku "T" preseka.

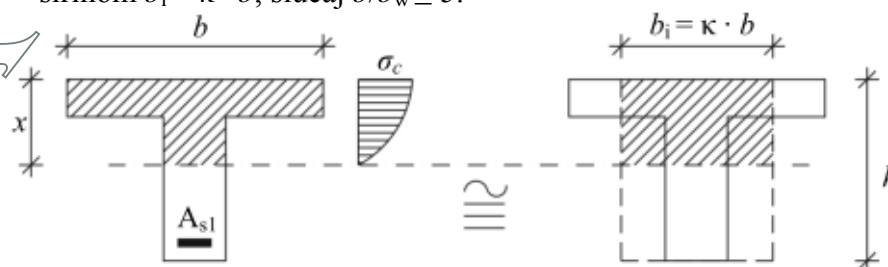
Slučajevi proračuna:

Približni postupci:

- – zanemaruju se naponi pritiska u rebro (pritisnuta površina samo u ploči),
 $b/b_w > 5$.



- pritisnuta "T" površina se zamenjuje pravougaonom površinom sa idealizovanom širinom $b_i = \kappa \cdot b$, slučaj $b/b_w \leq 5$.



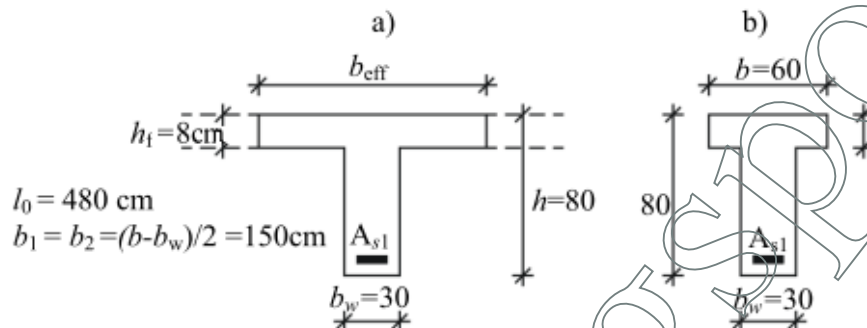
PRIMER BR. 1

Odrediti potrebnu površinu zategnute armature A_{s1} za nosač dobijen od ploče i podvlake (monolitna konstrukcija) i uporediti ovaj slučaj sa "T" presekom na skici.

Podaci:

$$C35/45 \Rightarrow f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c = 0.85 \cdot 35 / 1.5 = 19.83 \text{ MPa} = 1.983 \text{ kN/cm}^2$$

$$B500B \Rightarrow \sigma_{s1} = f_{yk} / \gamma_s = 500 / 1.15 = 434.78 \text{ MPa} = 43.48 \text{ kN/cm}^2$$



Proračun aktivne širine b za slučaj pod a)

$$b_{\text{eff},i} = 0.2b_i + 0.1l_0 \leq 0.2l_0$$

$$b_{\text{eff},1} = 0.2b_1 + 0.1l_0 = 0.2 \cdot 150 \text{ cm} + 0.1 \cdot 480 \text{ cm} = 78 \text{ cm} \leq 0.2l_0 = 0.2 \cdot 480 \text{ cm} = 96 \text{ cm}$$

$$b_{\text{eff},2} = 0.2b_2 + 0.1l_0 = 0.2 \cdot 150 \text{ cm} + 0.1 \cdot 480 \text{ cm} = 78 \text{ cm} \leq 0.2l_0 = 0.2 \cdot 480 \text{ cm} = 96 \text{ cm}$$

$$b_{\text{eff}} = \sum b_{\text{eff},i} + b_w \leq b$$

$$b_{\text{eff}} = \sum b_{\text{eff},i} + b_w = 78 \text{ cm} + 78 \text{ cm} + 30 \text{ cm} = 186 \text{ cm} \leq b = 330 \text{ cm}$$

a) $M_{Ed} = 700 \text{ kNm}$

pret. $d_1 = h/10 = 80/10 = 8.0 \text{ cm}$

$d = h - d_1 = 80 - 8.0 = 72.0 \text{ cm}$

(pret. neutralna linija je u ploči; $x \leq h_f$; $b = 186 \text{ cm}$)

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{700 \cdot 10^2 \text{ kNcm}}{186 \text{ cm} \cdot 72^2 \text{ cm}^2 \cdot 1.983 \text{ kN/cm}^2} = 0.0366$$

iz tablica za pravougaoni presek $\Rightarrow \epsilon_c / \epsilon_{s1} = 1.455 / -20.0\%$

$$\zeta = 0.068$$

$$x = \zeta \cdot d = 0.068 \cdot 72.0 = 4.442 \text{ cm} < h_f = 8 \text{ cm}$$

(pret. je tačna, neut. lin. je u ploči)

$$\omega = 0.037$$

$$\zeta = 0.976$$

$$A_{s1} = \omega \cdot \frac{f_{cd}}{\sigma_{s1}} \cdot b \cdot d = 0.037 \cdot \frac{19.83 \text{ MPa}}{434.78 \text{ MPa}} \cdot 186 \text{ cm} \cdot 72 \text{ cm} = 22.60 \text{ cm}^2$$

$$\text{ili } A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{\zeta \cdot d \cdot \sigma_{s1}} = \frac{700 \cdot 10^2 \text{ kNcm}}{0.976 \cdot 72 \text{ cm} \cdot 43.48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}} = 22.91 \text{ cm}^2$$

a) $M_{Ed} = 1800 \text{ kNm}$

$d_1 = 8.0 \text{ cm}$

$d = 72.0 \text{ cm}$

(pret. neutralna linija je u ploči; $x \leq h_f$; $b = 186 \text{ cm}$)

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{1800 \cdot 10^2 \text{ kNcm}}{186 \text{ cm} \cdot 72^2 \text{ cm}^2 \cdot 1.983 \text{ kN/cm}^2} = 0.0941$$

iz tablica za pravougaoni presek $\Rightarrow \varepsilon_c/\varepsilon_{s1} = 2.94/-20.0\%$

$$\xi = 0.1282$$

$$x = \xi \cdot d = 0.1282 \cdot 72.0 = 9.238 \text{ cm} > h_f = 8 \text{ cm}$$

(pret. nije tačna, neut. lin. je u rebru)

za $b/b_w = 180/30 = 6 > 5$ koristi se

Približan postupak sa zanemarenjem napona pritiska u rebru (pritisnuta je samo ploča)

Kontrole postupka:

- napon u betonu u nivou ploče

$$\sigma_{cf} = \frac{M_{Ed}}{\left(d - \frac{h_f}{2}\right) \cdot b \cdot h_f} = \frac{1800 \cdot 10^2}{\left(72 - \frac{8}{2}\right) \cdot 186 \cdot 8} = 1.779 \text{ kN/cm}^2 = 17.79 \text{ MPa} < f_{cd} = 19.83 \text{ MPa}$$

- dilatacija u betonu u nivou $h_f/2$ ploče

$$\varepsilon_{cf} = 2 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\sigma_{cf}}{f_{cd}}}\right) = 2 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{20.75}{23.33}}\right) = 1.358\%$$

- neutralna linija merena od $h_f/2$ ploče

$$x_f = \frac{\varepsilon_{cf}}{\varepsilon_{cf} + \varepsilon_{s1}} \cdot \left(d - \frac{h_f}{2}\right) = \frac{1.358}{21.358} \cdot \left(72.0 - \frac{8}{2}\right) = 4.323 \text{ cm} > \frac{h_f}{2} = 4.0 \text{ cm} \Rightarrow \text{(neut. lin. u rebru)}$$

- položaj neutralne linije

$$x = x_f + \frac{h_f}{2} = 4.323 + \frac{8}{2} = 8.323 \text{ cm} > h_f = 8 \text{ cm}$$

- dilatacija na pritisnutoj ivici betona

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cf} \cdot \frac{x}{x_f} = 1.358 \cdot \frac{8.323}{4.323} = 2.614\% < \varepsilon_c = 3.5\%$$

Potrebna površina armature

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{\left(d - \frac{h_f}{2}\right) \cdot f_{yd}} = \frac{1800 \cdot 10^2}{\left(72.0 - \frac{8}{2}\right) \cdot 43.48} = 60.89 \text{ cm}^2$$

b) $M_{Ed} = 700 \text{ kNm}$

$$d_1 = 8.0 \text{ cm}$$

$$d = 72.0 \text{ cm}$$

(pret. neutralna linija je u ploči; $x \leq h_f$; $b = 60 \text{ cm}$)

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{700 \cdot 10^2 \text{ kNcm}}{60 \text{ cm} \cdot 72^2 \text{ cm}^2 \cdot 1.983 \text{ kN/cm}^2} = 0.1135$$

iz tablica za pravougaoni presek $\Rightarrow \varepsilon_c/\varepsilon_{s1} = 3.5/-19.92\%$

$$\zeta = 0.1494$$

$$x = \zeta \cdot d = 0.1494 \cdot 72.0 = 10.76 \text{ cm} > h_f = 8 \text{ cm}$$

(pret. nije tačna, neut. lin. je u rebru)

za $b/b_w = 60/30 = 2 < 5$ koristi se

Postupak sa idealizovanom širinom b_i ($b_i = \kappa \cdot b$)

$$b_i = \kappa \cdot b$$

$$h_f/d = 8/72 = 0.111; \quad b/b_w = 60/30 = 2.0$$

iz tablica za κ postupak za $\zeta = 0.1494$

$$\kappa = 0.940$$

$$b_i = \kappa \cdot b = 0.938 \cdot 60 = 56.37 \text{ cm}$$

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{700 \cdot 10^2 \text{ kNcm}}{56.37 \text{ cm} \cdot 72^2 \text{ cm}^2 \cdot 1.983 \text{ kN/cm}^2} = 0.1208$$

iz tablica za pravougaoni presek $\varepsilon_c/\varepsilon_{s1} = 3.5/-18.4\%$

$$\zeta = 0.16 \neq \text{pret. } \zeta = 0.1494$$

II. aprox. $\zeta = 0.16$

iz tablica za κ postupak $\kappa = 0.917$

$$b_i = \kappa \cdot b = 0.917 \cdot 60 = 55.03 \text{ cm}$$

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{700 \cdot 10^2 \text{ kNcm}}{55.03 \text{ cm} \cdot 72^2 \text{ cm}^2 \cdot 1.983 \text{ kN/cm}^2} = 0.1237$$

iz tablica za pravougaoni presek $\varepsilon_c/\varepsilon_{s1} = 3.5/-17.85\%$

$$\zeta = 0.164 \neq \text{pret. } \zeta = 0.16$$

III. aprox. $\zeta = 0.164$

iz tablica za κ postupak $\kappa = 0.909$

$$b_i = \kappa \cdot b = 0.909 \cdot 60 = 54.53 \text{ cm}$$

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{700 \cdot 10^2 \text{ kNcm}}{54.53 \text{ cm} \cdot 72^2 \text{ cm}^2 \cdot 1.983 \text{ kN/cm}^2} = 0.1249$$

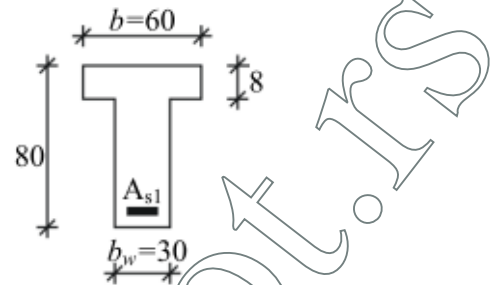
iz tablica za pravougaoni presek $\varepsilon_c/\varepsilon_{s1} = 3.5/-17.63\%$

$$\zeta = 0.166 \approx \text{pret. } \zeta = 0.164$$

$$\omega = 0.134$$

Potrebna površina armature

$$A_{s1} = \omega \cdot \frac{f_{cd}}{\sigma_{s1}} \cdot b_i \cdot d = 0.134 \cdot \frac{19.83 \text{ MPa}}{434.78 \text{ MPa}} \cdot 54.53 \text{ cm} \cdot 72 \text{ cm} = 24.81 \text{ cm}^2$$



PRIMER BR. 2

Odrediti potrebnu površinu zategnute armature A_{s1} za nosač na skici.

Podaci:

$$C40/50 \Rightarrow f_{cd} = 2.267 \text{ kN/cm}^2$$

$$B500B \Rightarrow \sigma_{s1} = 43.48 \text{ kN/cm}^2$$

statički uticaji dati u težištu betonskog preseka

$$M_{Ed} = 1700 \text{ kNm}$$

$$N_{Ed} = 200 \text{ kN (pritisak)}$$

Ako je sistemna osa u težištu betonskog preseka

$$y_{s1} = y_{c1} - d_1$$

$$y_{c1} = \frac{8 \cdot 150 \cdot \left(80 - \frac{8}{2}\right) + 30 \cdot 72 \cdot \frac{72}{2}}{8 \cdot 150 + 30 \cdot 72} = 50.29 \text{ cm}$$

$$y_{c2} = h - y_{c1} = 80.0 - 50.29 = 29.71 \text{ cm}$$

$$M_{Es} = M_{Ed} + N_{Ed} \cdot (y_{c1} - d_1) = 1700 + 200 \cdot (50.29 - 8.0) \cdot 10^{-2} = 1784.57 \text{ kNm}$$

(pret. neutralna linija je u ploči; $x \leq h_f$; $b = 150 \text{ cm}$)

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Es}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{1784.57 \cdot 10^2 \text{ kNcm}}{150 \text{ cm} \cdot 72^2 \text{ cm}^2 \cdot 2.267 \text{ kN/cm}^2} = 0.1012$$

iz tablica za pravougaoni presek $\Rightarrow \epsilon_c / \epsilon_{s1} = 3.14 / -20.0\%$

$$\zeta = 0.136$$

$$x = \zeta \cdot d = 0.136 \cdot 72.0 = 9.792 \text{ cm} > h_f = 8 \text{ cm}$$

(pret. nije tačna, neut. lin. je u rebru)

za $b/b_w = 150/30 = 5.0 \geq 5$ koristi se

Približan postupak sa zanemarenjem napona pritiska u rebru (pritisnuta je samo ploča)

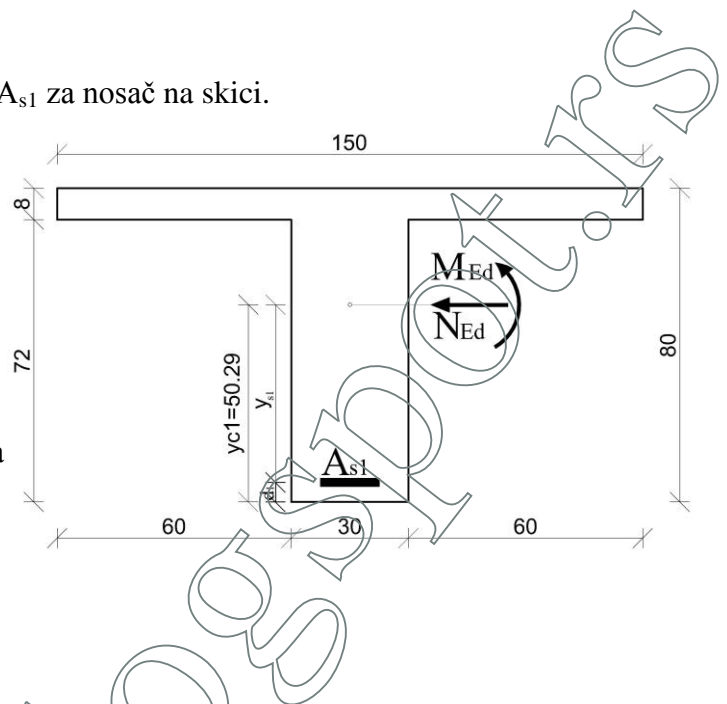
Kontrole postupka:

- napon u betonu u nivou ploče

$$\sigma_{cf} = \frac{M_{Es}}{\left(d - \frac{h_f}{2}\right) \cdot b \cdot h_f} = \frac{1784.57 \cdot 10^2}{\left(72 - \frac{8}{2}\right) \cdot 150 \cdot 8} = 2.187 \text{ kN/cm}^2 = 21.87 \text{ MPa} < f_{cd} = 22.67 \text{ MPa}$$

- dilatacija u betonu u nivou $h_f / 2$ ploče

$$\epsilon_{cf} = 2 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\sigma_{cf}}{f_{cd}}}\right) = 2 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{21.87}{22.67}}\right) = 1.625\%$$



- neutralna linija merena od $h_f / 2$ ploče

$$x_f = \frac{\varepsilon_{cf}}{\varepsilon_{cf} + \varepsilon_{s1}} \cdot \left(d - \frac{h_f}{2} \right) = \frac{1.625}{21.87} \cdot \left(72.0 - \frac{8}{2} \right) = 5.11 \text{ cm} > \frac{h_f}{2} = 4.0 \text{ cm} \Rightarrow (\text{neut. lin. u rebru})$$

- položaj neutralne linije

$$x = x_f + \frac{h_f}{2} = 5.11 + \frac{8}{2} = 9.11 \text{ cm} > h_f = 8 \text{ cm}$$

- dilatacija na pritisutoj ivici betona

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cf} \cdot \frac{x}{x_f} = 1.625 \cdot \frac{9.11}{5.11} = 2.897\% < \varepsilon_c = 3.5\%$$

Potrebna površina armature

$$A_{s1} = \frac{M_{Es}}{\left(d - \frac{h_f}{2} \right) \cdot f_{yd}} - \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{1784.57 \cdot 10^2}{\left(72.0 - \frac{8}{2} \right) \cdot 43.48} - \frac{200}{43.48} = 60.36 - 4.6 = 55.76 \text{ cm}^2$$

za $b/b_w = 150/30 = 5$ koristi se

Postupak sa idealizovanom širinom b_i ($b_i = \kappa \cdot b$)

$$b_i = \kappa \cdot b$$

$$h_f/d = 8/72 = 0.111; \quad b/b_w = 150/30 = 5.0$$

iz tablica za κ postupak za $\zeta = 0.136$
 $\kappa = 0.952$

$$b_i = \kappa \cdot b = 0.952 \cdot 150 = 142.80 \text{ cm}$$

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Es}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{1784.57 \cdot 10^2 \text{ kNcm}}{142.80 \text{ cm} \cdot 72^2 \text{ cm}^2 \cdot 2.267 \text{ kN/cm}^2} = 0.1064$$

iz tablica za pravougaoni presek $\varepsilon_c/\varepsilon_{s1} = 3.295/-20\%$
 $\zeta = 0.141 \neq \text{pret. } \zeta = 0.136$

II. aprox. $\zeta = 0.141$

iz tablica za κ postupak $\kappa = 0.934$

$$b_i = \kappa \cdot b = 0.934 \cdot 150 = 140.06 \text{ cm}$$

$$\mu_{Es} = \frac{M_{Es}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{1784.57 \cdot 10^2 \text{ kNcm}}{140.06 \text{ cm} \cdot 72^2 \text{ cm}^2 \cdot 2.267 \text{ kN/cm}^2} = 0.1084$$

iz tablica za pravougaoni presek $\varepsilon_c/\varepsilon_{s1} = 3.36/-20\%$
 $\zeta = 0.144 \neq \text{pret. } \zeta = 0.141$

III. aprox. $\zeta = 0.144$

iz tablica za κ postupak $\kappa = 0.924$

$$b_1 = \kappa \cdot b = 0.924 \cdot 150 = 138.65 \text{ cm}$$

$$\mu_{Es} = \frac{M_{Es}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{1784.57 \cdot 10^2 \text{ kNcm}}{138.65 \text{ cm} \cdot 72^2 \text{ cm}^2 \cdot 2.267 \text{ kN/cm}^2} = 0.1095$$

iz tablica za pravougaoni presek

$$\varepsilon_c / \varepsilon_{s1} = 3.39 / -20\%$$

$$\zeta = 0.144 \neq \text{pret. } \zeta = 0.144$$

$$\omega = 0.116$$

Potrebna površina armature

$$A_{s1} = \omega \cdot \frac{f_{cd}}{\sigma_{s1}} \cdot b_i \cdot d - \frac{N_{Ed}}{\sigma_{s1}} = 0.116 \cdot \frac{22.67 \text{ MPa}}{434.78 \text{ MPa}} \cdot 138.65 \text{ cm} \cdot 72 \text{ cm} - \frac{200 \text{ kN}}{43.48 \text{ kN/cm}^2} = 57.58 \text{ cm}^2$$

Usvaja se 10 \varnothing 28 ($A_{s1}^{\text{stv.}} = 61.58 \text{ cm}^2$)

U \varnothing 8/20

$$d' = c_{\text{nom}} + \varnothing_u + \frac{\varnothing}{2} = 4.0 + 0.8 + \frac{2.8}{2} = 6.20 \text{ cm}$$

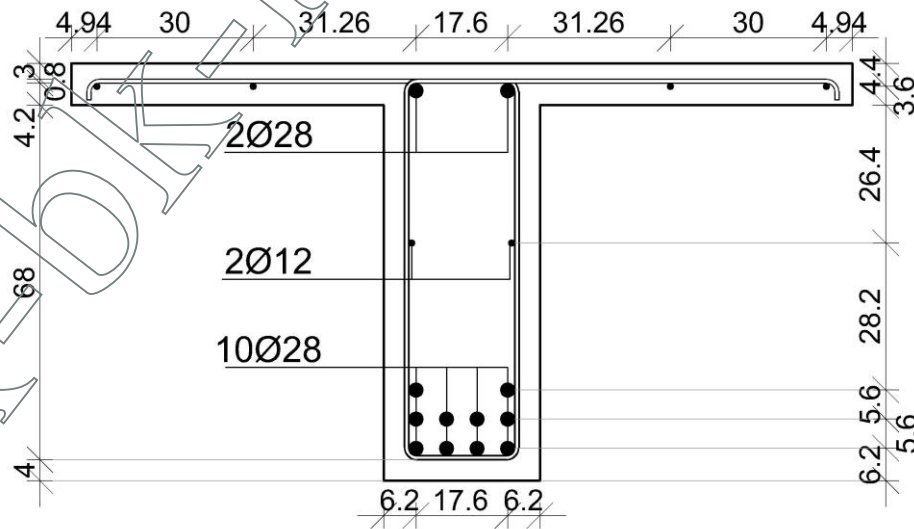
$$m = \frac{b - 2 \cdot d'}{d_h + \varnothing} = \frac{30 - 2 \cdot 6.20}{2.8 + 2.8} = 3.14 \Rightarrow n = 4 \text{ kom}$$

$$d'' = d' + d_v + \varnothing = 6.20 + 2.8 + 2.8 = 11.80 \text{ cm}$$

$$d''' = d'' + d_v + \varnothing = 11.80 + 2.8 + 2.8 = 17.40 \text{ cm}$$

$$d_1 = \frac{4 \cdot 6.20 + 4 \cdot 11.80 + 2 \cdot 17.40}{4 + 4 + 2} = 10.68 \text{ cm} \approx d_1^{\text{pret.}} = 8.0 \text{ cm}$$

potrebno je korigovati d_1 .



TEORIJA BETONSKIH KONSTRUKCIJA 1

vežbe br. 7 (2 časa)

DIMENZIONISANJE STUBOVA

(bez uticaja izvijanja $\Rightarrow \lambda \leq \lambda_{lim}$)

CENTRIČNO PRITISNUTI STUBOVI

Stanje dilatacija $\varepsilon_{c2}/\varepsilon_{c1}=2.0/2.0\%$ (ceo presek je pritisnut)

Proračunska aksijalna sila pritiska koju presek može da prihvati

$$N_{Ed} = A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} = f_{cd} \cdot A_c \cdot \left(1 + \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} \right) = f_{cd} \cdot A_c \cdot (1 + \omega)$$

gde su:

$A_c \cdot f_{cd}$ - proračunska nosivost betonskog dela preseka pri pritisku,

A_s - ukupna površina podužne armature,

$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$ - mehanički koeficijent armiranja.

DIMENZIONISANJE STUBOVA

PRIMENOM DIJAGRAMA INTERAKCIJE $m_{Ed} - n_{Ed} - \omega$

$$\left. \begin{aligned} m_{Ed} &= \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \\ n_{Ed} &= \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega_1, \omega_2, \varepsilon_c / \varepsilon_{s1}, A_{s1}, A_{s2}$$

Simetrično armiranje ($\omega_1 = \omega_2$) $\Rightarrow A_{s1} = A_{s2} = \omega_1 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \cdot h$

Nesimetrično armiranje ($\omega_1 \neq \omega_2, \omega_2 = \frac{A_{s2}}{A_{s1}} \cdot \omega_1$) $\Rightarrow \begin{cases} A_{s1} = \omega_1 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \cdot h \\ A_{s2} = \omega_2 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \cdot h \end{cases}$

Napomena:

- prečnik podužne armature prema EC2 je min $\varnothing 8$ (preporuka $\varnothing 12$)

- ukupna površina podužne armature

$$\left. \begin{array}{l} A_{s,\min} = \frac{0.1 \cdot N_{Ed}}{f_{yd}} \\ A_{s,\min} = 0.002 \cdot A_c \end{array} \right\} \leq A_s \leq \left\{ \begin{array}{l} A_{s,\max} = 0.04 \cdot A_c \Rightarrow (\text{izvan zona nastavljanja armature preklapanjem}) \\ A_{s,\max} = 0.08 \cdot A_c \Rightarrow (\text{u presecima u kojima se armatura nastavlja preklapanjem}) \end{array} \right.$$

- prečnik poprečne armature

$$\varnothing_u \geq \begin{cases} 6\text{mm} \\ \frac{1}{4} \varnothing_{\max} \end{cases} \quad \text{gde je } \varnothing_{\max} - \text{max prečnik podužnih šipki}$$

- rastojanje poprečne armature duž stuba (u zoni oslonaca, na visini jednakoj većoj dimenziji poprečnog preseka stuba)

$$s_{cl,t} \leq s_{cl,t\max} = \begin{cases} 12 \cdot \varnothing_{\min} \\ 0.6 \cdot b \\ 240 \text{ mm} \end{cases} \quad \text{gde je } \varnothing_{\min} - \text{min prečnik podužnih šipki}$$

- rastojanje poprečne armature duž stuba (van zona oslonaca)

$$s_{cl,t} \leq s_{cl,t\max} = \begin{cases} 20 \cdot \varnothing_{\min} \\ b \\ 400 \text{ mm} \end{cases} \quad \text{gde je } \varnothing_{\min} - \text{min prečnik podužnih šipki}$$

PRIMER BR. 1

Dimenzionisati presek (stub) pravougaonog oblika dimenzije

$b/h = 30/40 \text{ cm}$

u kojem deluju eksploatacioni uticaji od stalnog i promenljivog dejstva

$$M_G = 95 \text{ kNm}; N_G = 280 \text{ kN}$$

$$M_Q = 95 \text{ kNm}; N_Q = 280 \text{ kN}$$

Karakteristike materijala

$$C30/37 \Rightarrow f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c = 0.85 \cdot 30 / 1.5 = 17 \text{ MPa} = 1.7 \text{ kN/cm}^2$$

$$B500B \Rightarrow \sigma_{s1} = f_{yk} / \gamma_s = 500 / 1.15 = 434.78 \text{ MPa} = 43.48 \text{ kN/cm}^2$$

simetrično armiranje: $\frac{A_{s2}}{A_{s1}} = 1.0$

Razmatrane kombinacije graničnih uticaja

1) za nepovoljno "G" dejstvo

$$M_{Ed} = 1.35 \cdot M_G + 1.5 \cdot M_Q = 270.75 \text{ kNm}$$

$$N_{Ed} = 1.35 \cdot N_G + 1.5 \cdot N_Q = 798.0 \text{ kN}$$

2) za povoljno "G" dejstvo

$$M_{Ed} = 1.0 \cdot M_G + 1.5 \cdot M_Q = 237.5 \text{ kNm}$$

$$N_{Ed} = 1.0 \cdot N_G + 1.5 \cdot N_Q = 700.0 \text{ kN}$$

pretpostavljeno: $\frac{d_1}{h} = 0.10$

1) za nepovoljno "G" dejstvo

$$\left. \begin{aligned} m_{Ed} &= \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{270.75 \cdot 10^2}{30 \cdot 40^2 \cdot 1.7} = 0.3318 \\ n_{Ed} &= \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{798.0}{30 \cdot 40 \cdot 1.7} = 0.3912 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} &\text{simetrično armiranje: } \frac{A_{s2}}{A_{s1}} = 1.0 \\ &\text{iz int. dij.} \rightarrow \varepsilon_c / \varepsilon_{s1} = 3.5 / -3.05\%, \omega_1 = 0.27 \end{aligned}$$

2) za povoljno "G" dejstvo

$$\left. \begin{aligned} m_{Ed} &= \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{237.5 \cdot 10^2}{30 \cdot 40^2 \cdot 1.7} = 0.2910 \\ n_{Ed} &= \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{700.0}{30 \cdot 40 \cdot 1.7} = 0.3431 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} &\text{simetrično armiranje: } \frac{A_{s2}}{A_{s1}} = 1.0 \\ &\text{iz int. dij.} \rightarrow \varepsilon_c / \varepsilon_{s1} = 3.5 / -3.95\%, \omega_1 = 0.22 \end{aligned}$$

Merodavno je nepovoljno delovanje "G" dejstva.

$$A_{s1} = \omega_1 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \cdot h = 0.27 \cdot \frac{17.0 \text{ MPa}}{434.78 \text{ MPa}} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm} = 12.67 \text{ cm}^2$$

$$\omega_2 = \frac{A_{s2}}{A_{s1}} \cdot \omega_1 = 1.0 \cdot 0.27 = 0.27$$

$$A_{s2} = \omega_2 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \cdot h = 0.27 \cdot \frac{17.0}{434.78} \cdot 30 \cdot 40 = 12.67 \text{ cm}^2$$

usvaja se $\pm 7\emptyset 16 (\pm 14.07 \text{ cm}^2)$

$$c_{nom} = 3.0 \text{ cm}$$

$$d^I = c_{nom} + \emptyset_a + \frac{\emptyset}{2} = 3.0 + 0.8 + \frac{1.6}{2} = 4.60 \text{ cm}$$

$$m = \frac{b - 2 \cdot d^I}{d_h + \emptyset} = \frac{30 - 2 \cdot 4.60}{2.1 + 1.6} = 5.62 \Rightarrow n = m + 1 = 5 + 1 = 6$$

$$d^{II} = d^I + d_v + 2 \cdot \frac{\emptyset}{2} = 4.60 + 2.1 + 1.6 = 8.30 \text{ cm}$$

$$d_1 = \frac{5 \cdot d^I + 2 \cdot d^{II}}{5 + 2} = 5.66$$

$$\frac{d_1}{h} = \frac{5.66}{40} = 0.141$$

pretpostavljeno: $\frac{d_1}{h} = 0.15$

za nepovoljno "G" dejstvo

$$m_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{270.5 \cdot 10^2}{30 \cdot 40^2 \cdot 1.7} = 0.3315$$

$$n_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{798.0}{30 \cdot 40 \cdot 1.7} = 0.3912$$

simetrično armiranje: $\frac{A_{s2}}{A_{s1}} \approx 1.0$

iz int. dij. $\rightarrow \epsilon_c / \epsilon_{s1} = 3.5 / -2.7\text{‰}$, $\omega_1 = 0.31$

$$A_{s1} = \omega_1 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \cdot h = 0.31 \cdot \frac{17.0}{434.78} \cdot 30 \cdot 40 = 14.54 \text{ cm}^2$$

$$\omega_2 = \frac{A_{s2}}{A_{s1}} \cdot \omega_1 = 1.0 \cdot 0.31 = 0.31$$

$$A_{s2} = \omega_2 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \cdot h = 0.31 \cdot \frac{17.0}{434.78} \cdot 30 \cdot 40 = 14.54 \text{ cm}^2$$

usvaja se $\pm 8\emptyset 16$ ($\pm 16.08 \text{ cm}^2$)

$$d_1 = \frac{6 \cdot d^I + 2 \cdot d^{II}}{6 + 2} = 5.53$$

$$\frac{d_1}{h} = \frac{5.53}{40} = 0.138$$

$$\text{za } \frac{d_1}{h} = 0.1 \rightarrow A_{s1} = 12.67 \text{ cm}^2$$

$$\text{za } \frac{d_1}{h} = 0.15 \rightarrow A_{s1} = 14.54 \text{ cm}^2$$

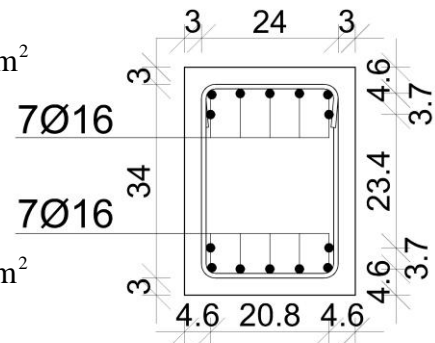
$$\Rightarrow \text{za } \frac{d_1}{h} = 0.138 \rightarrow A_{s1} = 14.06 \text{ cm}^2$$

$$\text{za } \frac{d_1}{h} = 0.1 \rightarrow A_{s1} = 12.67 \text{ cm}^2$$

$$\text{za } \frac{d_1}{h} = 0.15 \rightarrow A_{s1} = 14.54 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow \text{za } \frac{d_1}{h} = 0.141 \rightarrow A_{s1} = 14.07 \text{ cm}^2$$

usvaja se $\pm 7\emptyset 16$ ($\pm 14.07 \text{ cm}^2$)



PRIMER BR. 2

Dimenzionisati presek (stub) pravougaonog oblika dimenzije
 $b/h=30/40$ cm

u kojem deluju eksploatacioni uticaji od stalnog i promenljivog dejstva

$$M_G = 45 \text{ kNm}; N_G = 220 \text{ kN}$$

$$M_Q = 120 \text{ kNm}; N_Q = 70 \text{ kN}$$

Karakteristike materijala

$$C30/37 \Rightarrow f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c = 0.85 \cdot 30 / 1.5 = 17 \text{ MPa} = 1.7 \text{ kN/cm}^2$$

$$B500B \Rightarrow \sigma_{s1} = f_{yk} / \gamma_s = 500 / 1.15 = 434.78 \text{ MPa} = 43.48 \text{ kN/cm}^2$$

nesimetrično armiranje: $\frac{A_{s2}}{A_{s1}} = 0.4$

Razmatrane kombinacije graničnih uticaja

1) za nepovoljno "G" dejstvo

$$M_{Ed} = 1.35 \cdot M_G + 1.5 \cdot M_Q = 240.75 \text{ kNm}$$

$$N_{Ed} = 1.35 \cdot N_G + 1.5 \cdot N_Q = 402.0 \text{ kN}$$

2) za povoljno "G" dejstvo

$$M_{Ed} = 1.0 \cdot M_G + 1.5 \cdot M_Q = 225.0 \text{ kNm}$$

$$N_{Ed} = 1.0 \cdot N_G + 1.5 \cdot N_Q = 325.0 \text{ kN}$$

pretpostavljeno: $\frac{d_1}{h} = 0.10$

1) za nepovoljno "G" dejstvo

$$m_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{240.75 \cdot 10^2}{30 \cdot 40^2 \cdot 1.7} = 0.2950$$

$$n_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{402.0}{30 \cdot 40 \cdot 1.7} = 0.1971$$

nesimetrično armiranje: $\frac{A_{s2}}{A_{s1}} = 0.4$

iz int. dij. $\rightarrow \varepsilon_c / \varepsilon_{s1} = 3.5 / -3.1\%$, $\omega_1 = 0.32$

2) za povoljno "G" opterećenje

$$m_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{225.0 \cdot 10^2}{30 \cdot 40^2 \cdot 1.7} = 0.2757$$

$$n_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{325.0}{30 \cdot 40 \cdot 1.7} = 0.1593$$

nesimetrično armiranje: $\frac{A_{s2}}{A_{s1}} = 0.4$

iz int. dij. $\rightarrow \varepsilon_c / \varepsilon_{s1} = 3.5 / -4.1\%$, $\omega_1 = 0.30$

Merodavno je nepovoljno delovanje "G" dejstva.

$$A_{s1} = \omega_1 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \cdot h = 0.32 \cdot \frac{17.0}{434.78} \cdot 30 \cdot 40 = 15.01 \text{ cm}^2$$

$$\omega_2 = \frac{A_{s2}}{A_{s1}} \cdot \omega_1 = 0.4 \cdot 0.32 = 0.128$$

$$A_{s2} = \omega_2 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \cdot h = 0.128 \cdot \frac{17.0}{434.78} \cdot 30 \cdot 40 = 6.01 \text{ cm}^2$$

usvaja se 8Ø16 (16.08 cm²) i 3Ø16 (6.03 cm²)

$$c_{nom} = 3.0 \text{ cm}$$

$$d^I = c_{nom} + \varnothing_u + \frac{\varnothing}{2} = 3.0 + 0.8 + \frac{1.6}{2} = 4.60 \text{ cm}$$

$$m = \frac{b - 2 \cdot d^I}{d_h + \varnothing} = \frac{30 - 2 \cdot 4.60}{2.1 + 1.6} = 5.62 \Rightarrow n = m + 1 = 5 + 1 = 6$$

$$d^{II} = d^I + d_v + 2 \cdot \frac{\varnothing}{2} = 4.60 + 2.1 + 1.6 = 8.30 \text{ cm}$$

$$d_1 = \frac{6 \cdot d^I + 2 \cdot d^{II}}{6 + 2} = 5.53$$

$$\frac{d_1}{h} = \frac{5.53}{40} = 0.138$$

pretpostavljeno: $\frac{d_1}{h} = 0.15$

za nepovoljno "G" dejstvo

$$m_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{240.75 \cdot 10^2}{30 \cdot 40^2 \cdot 1.7} = 0.2950$$

$$n_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{402.0}{30 \cdot 40 \cdot 1.7} = 0.1971$$

nesimetrično armiranje: $\frac{A_{s2}}{A_{s1}} = 0.4$

iz int. dij. $\rightarrow \varepsilon_c / \varepsilon_{s1} = 3.5 / -2.35\%$, $\omega_1 = 0.36$

$$A_{s1} = \omega_1 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \cdot h = 0.36 \cdot \frac{17.0}{434.78} \cdot 30 \cdot 40 = 16.89 \text{ cm}^2$$

$$\omega_2 = \frac{A_{s2}}{A_{s1}} \cdot \omega_1 = 0.4 \cdot 0.36 = 0.144$$

$$A_{s2} = \omega_2 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \cdot h = 0.144 \cdot \frac{17.0}{434.78} \cdot 30 \cdot 40 = 6.76 \text{ cm}^2$$

usvaja se 9Ø16 (18.10 cm²) i 4Ø16 (8.04 cm²)

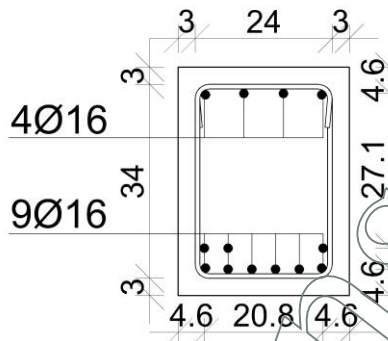
$$d_1 = \frac{6 \cdot d^I + 3 \cdot d^{II}}{6+3} = 5.83 \text{ cm}$$

$$\frac{d_1}{h} = \frac{5.83}{40} = 0.146$$

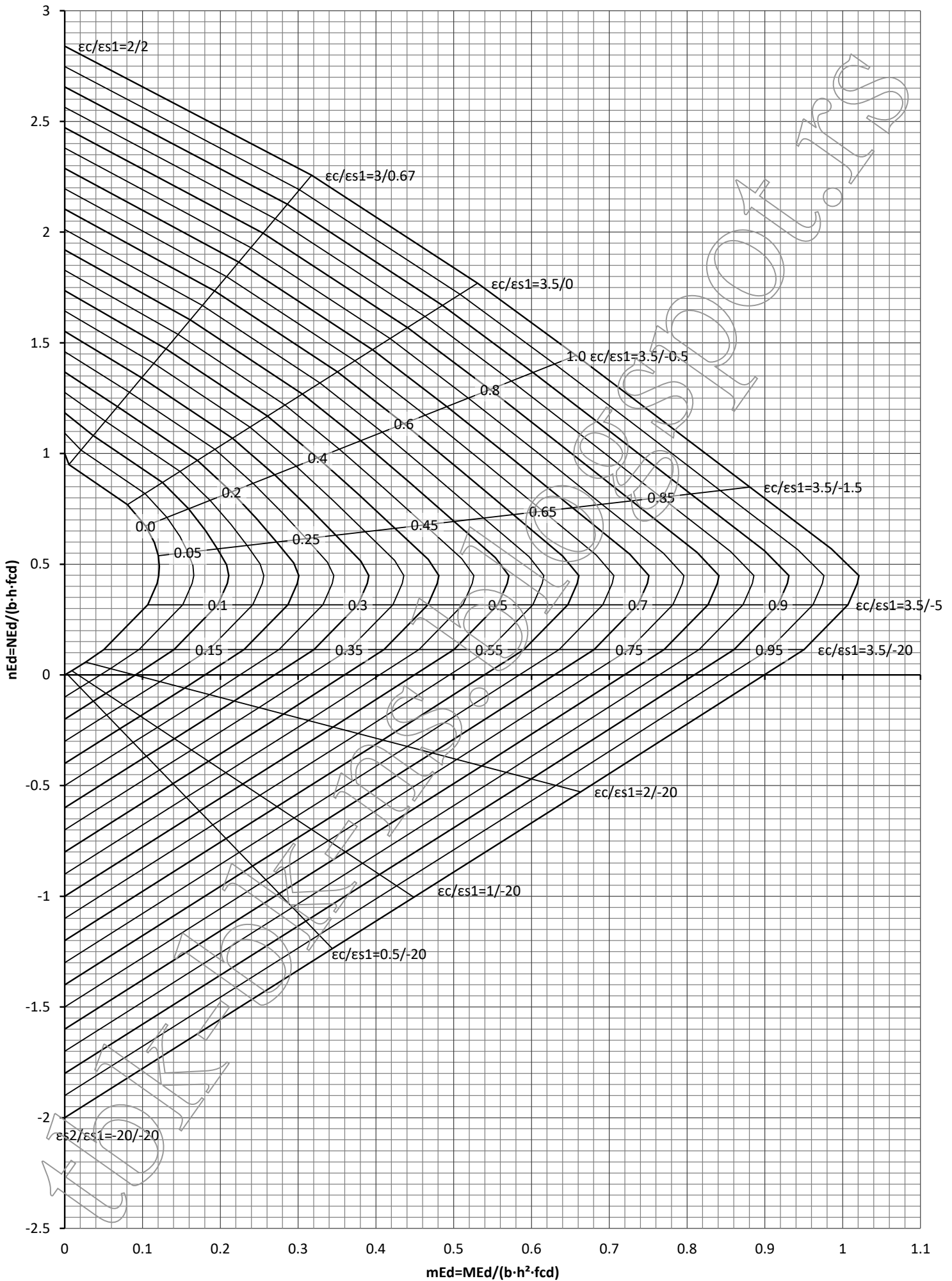
$$\left. \begin{array}{l} \text{za } \frac{d_1}{h} = 0.1 \rightarrow A_{s1} = 15.01 \text{ cm}^2 \\ \text{za } \frac{d_1}{h} = 0.15 \rightarrow A_{s1} = 16.89 \text{ cm}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{za } \frac{d_1}{h} = 0.146 \rightarrow A_{s1} = 16.89 \text{ cm}^2$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{za } \frac{d_1}{h} = 0.1 \rightarrow A_{s2} = 6.01 \text{ cm}^2 \\ \text{za } \frac{d_1}{h} = 0.15 \rightarrow A_{s2} = 6.76 \text{ cm}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{za } \frac{d_1}{h} = 0.146 \rightarrow A_{s2} = 6.75 \text{ cm}^2$$

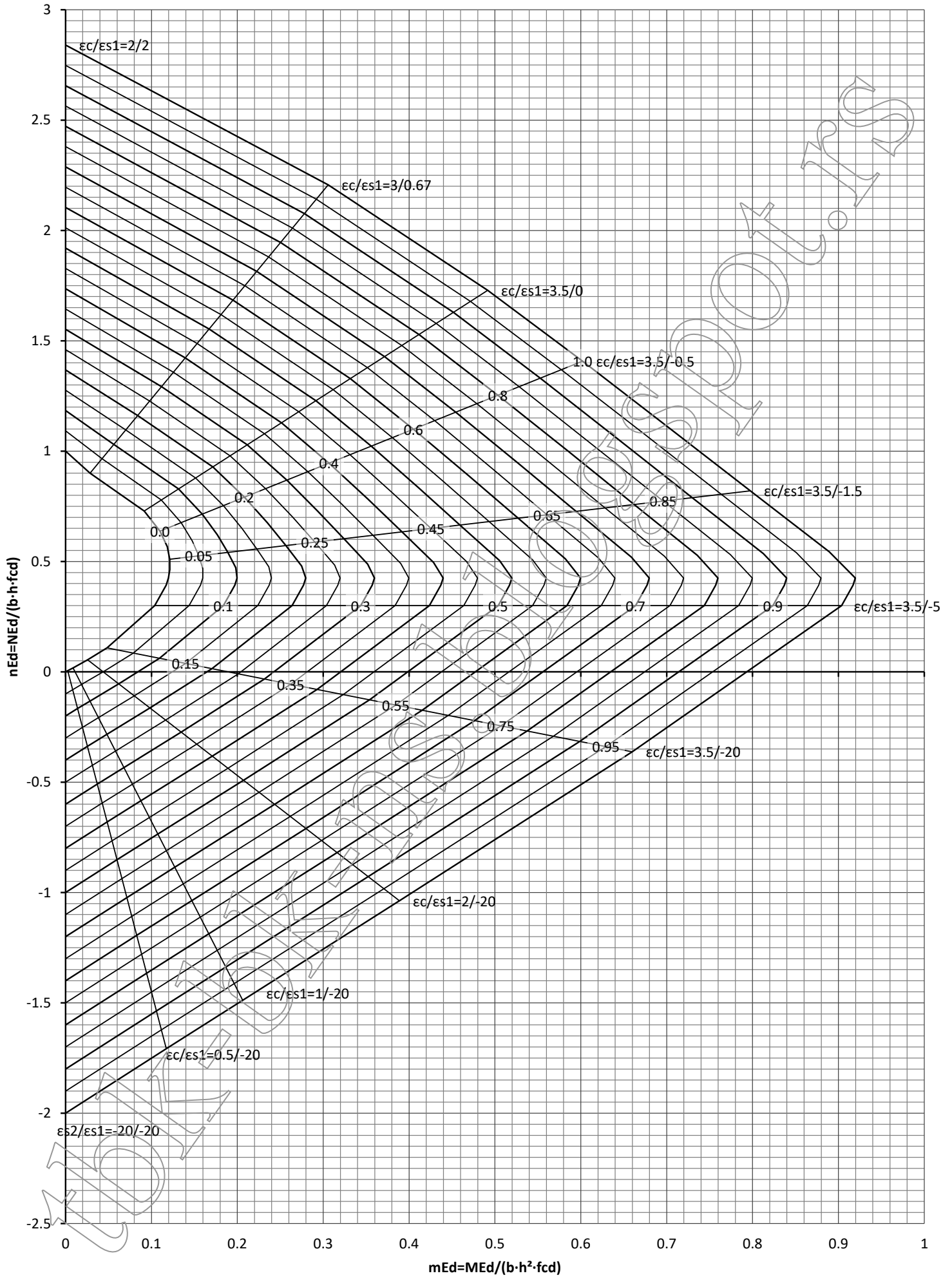
usvaja se 9Ø16 (18.10 cm²) i 4Ø16 (8.04 cm²)



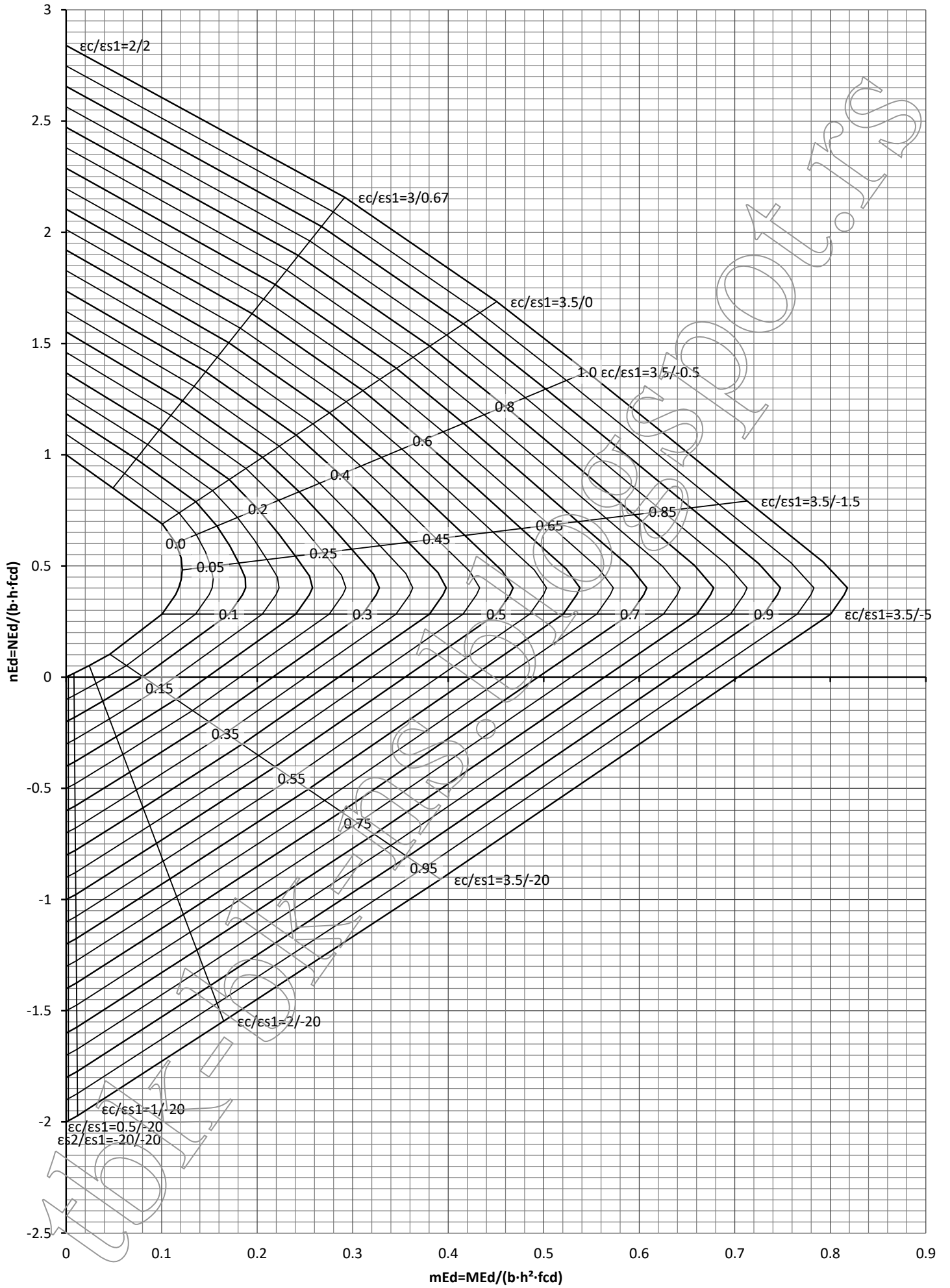
$A_{s2}/A_{s1}=1, d_1/h=0.05, d_2/h=0.05$



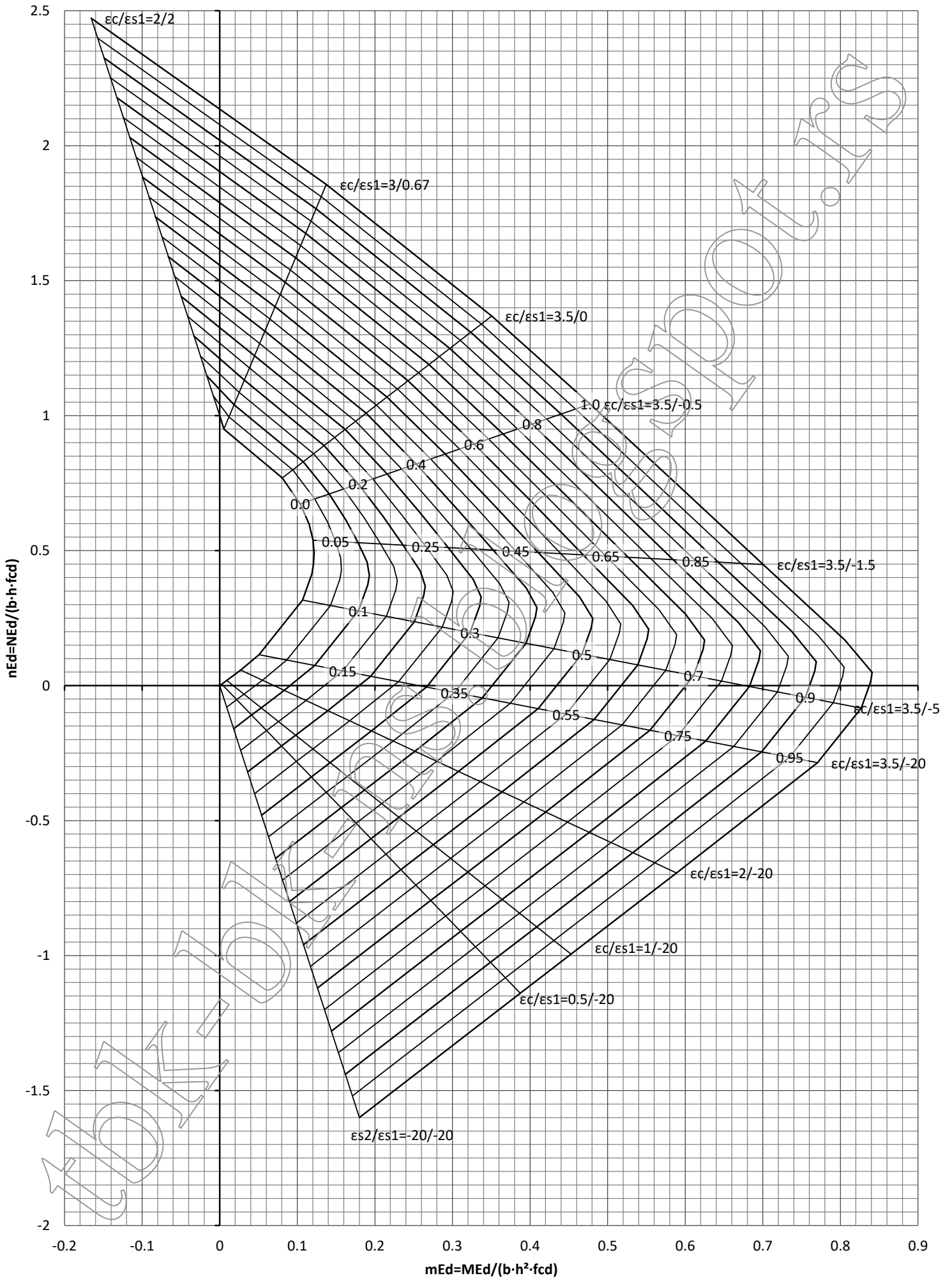
$A_{s2}/A_{s1}=1, d1/h=0.1, d2/h=0.1$



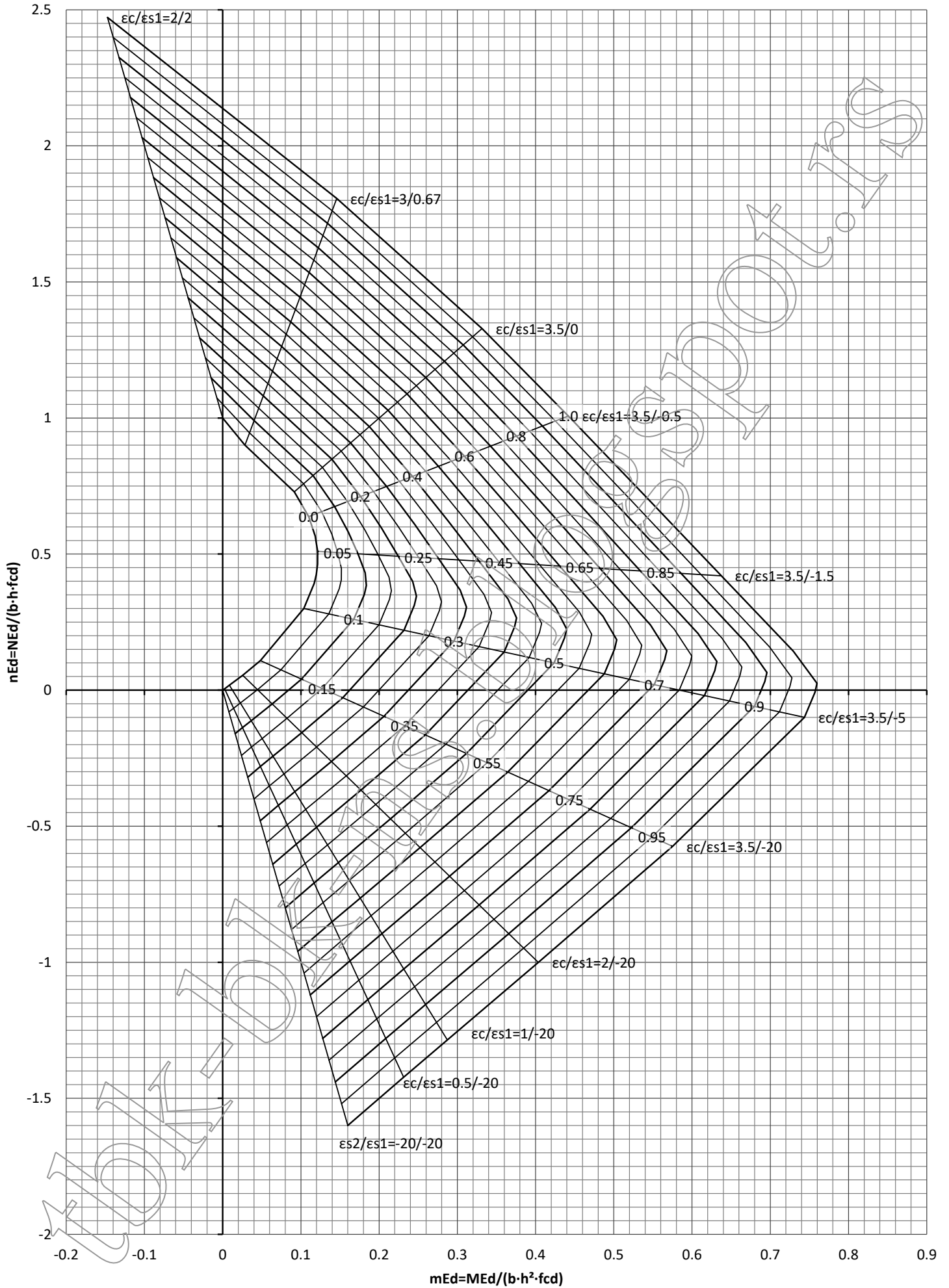
$A_{s2}/A_{s1}=1, d1/h=0.15, d2/h=0.15$



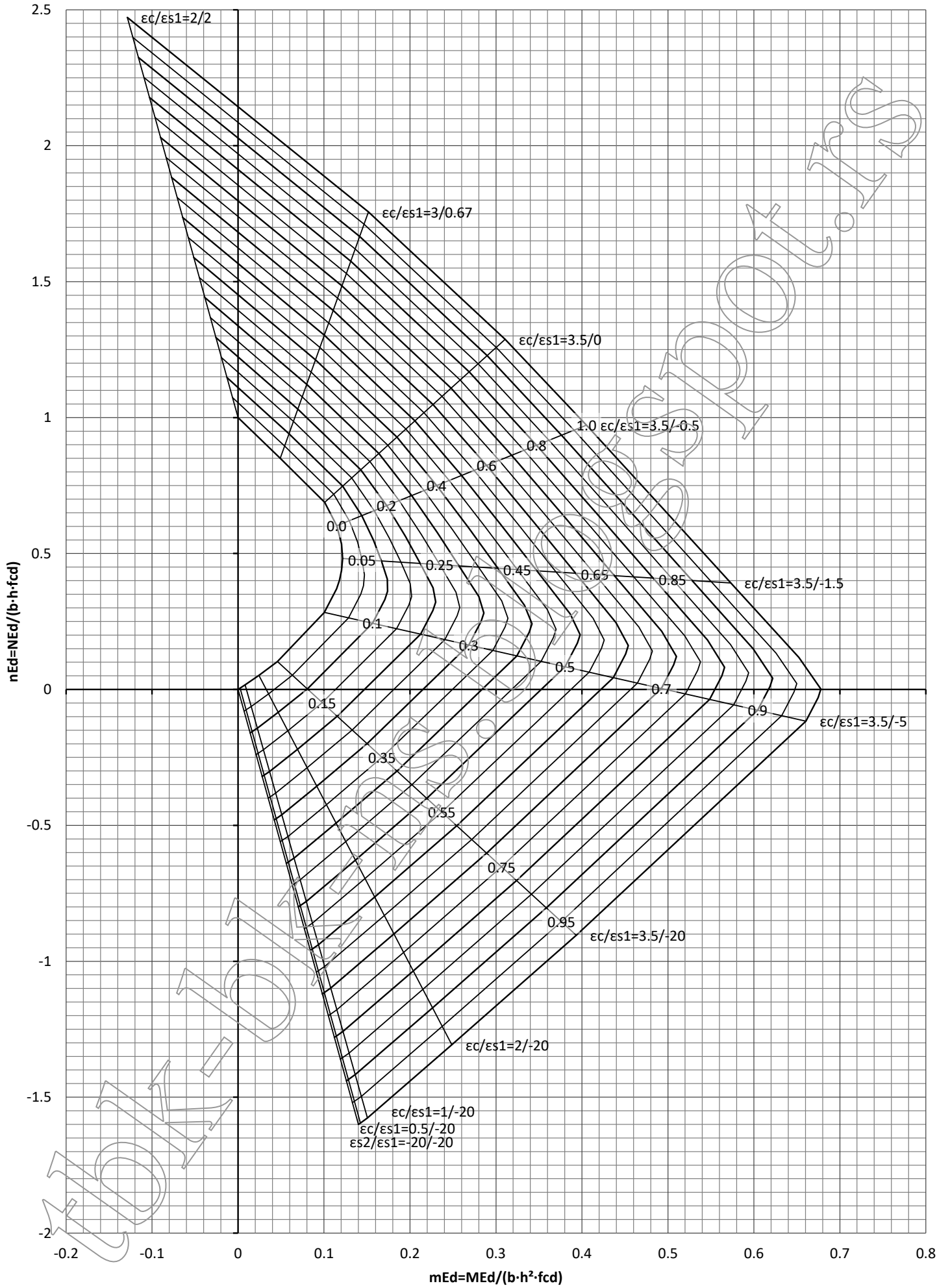
$A_{s2}/A_{s1}=0.6, d_1/h=0.05, d_2/h=0.05$



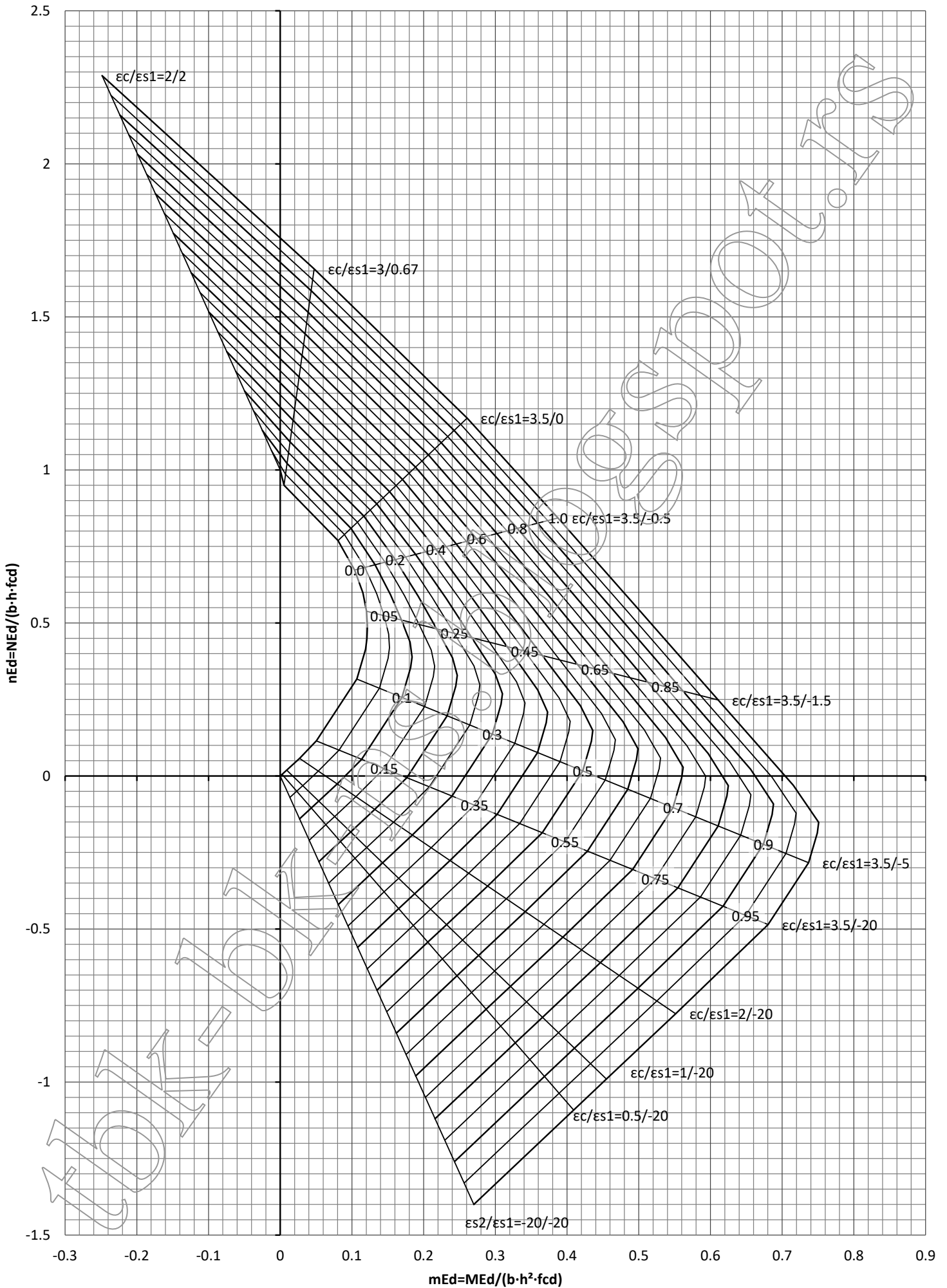
$A_{s2}/A_{s1}=0.6, d1/h=0.1, d2/h=0.1$



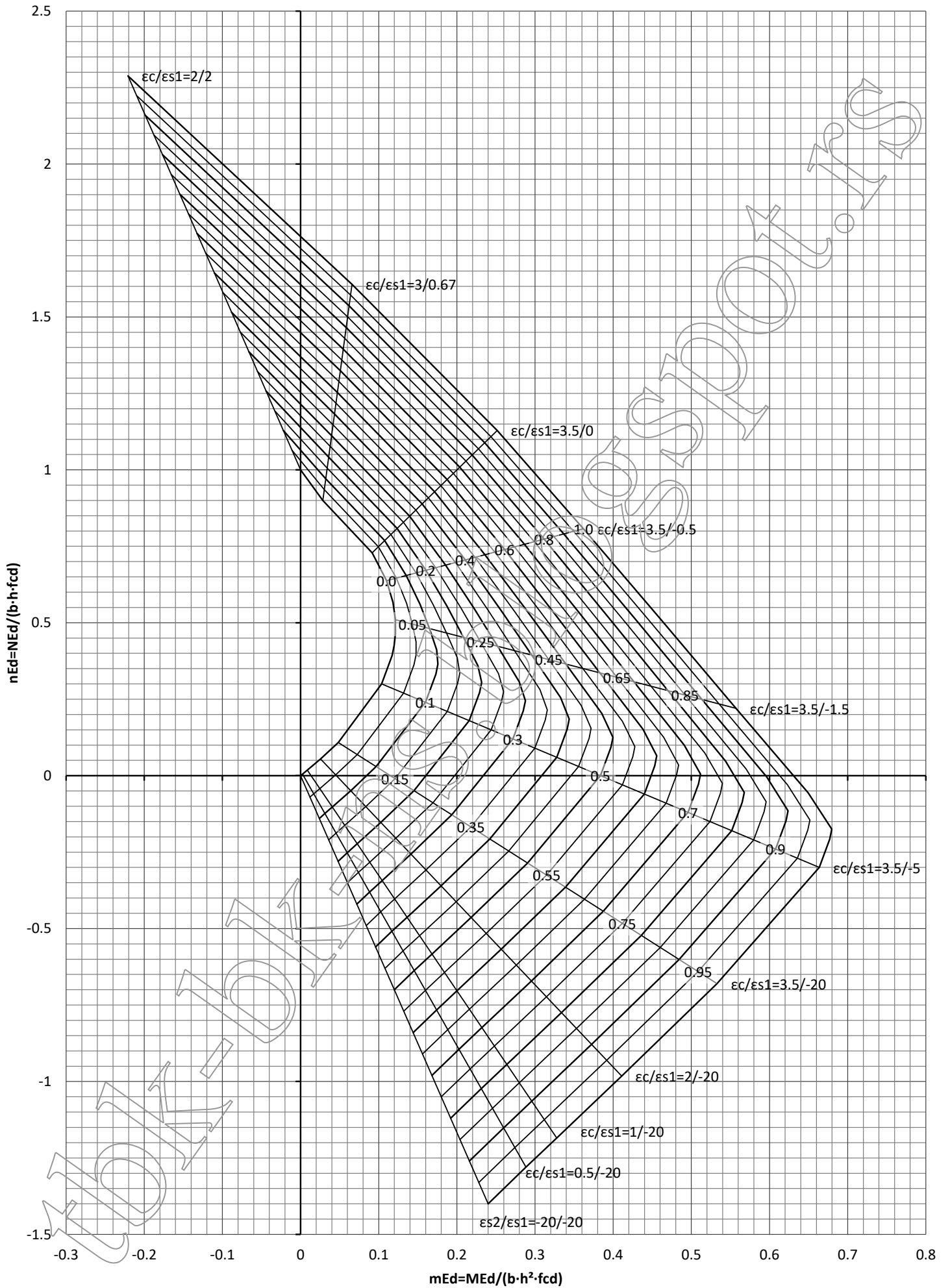
$A_{s2}/A_{s1}=0.6, d_1/h=0.15, d_2/h=0.15$



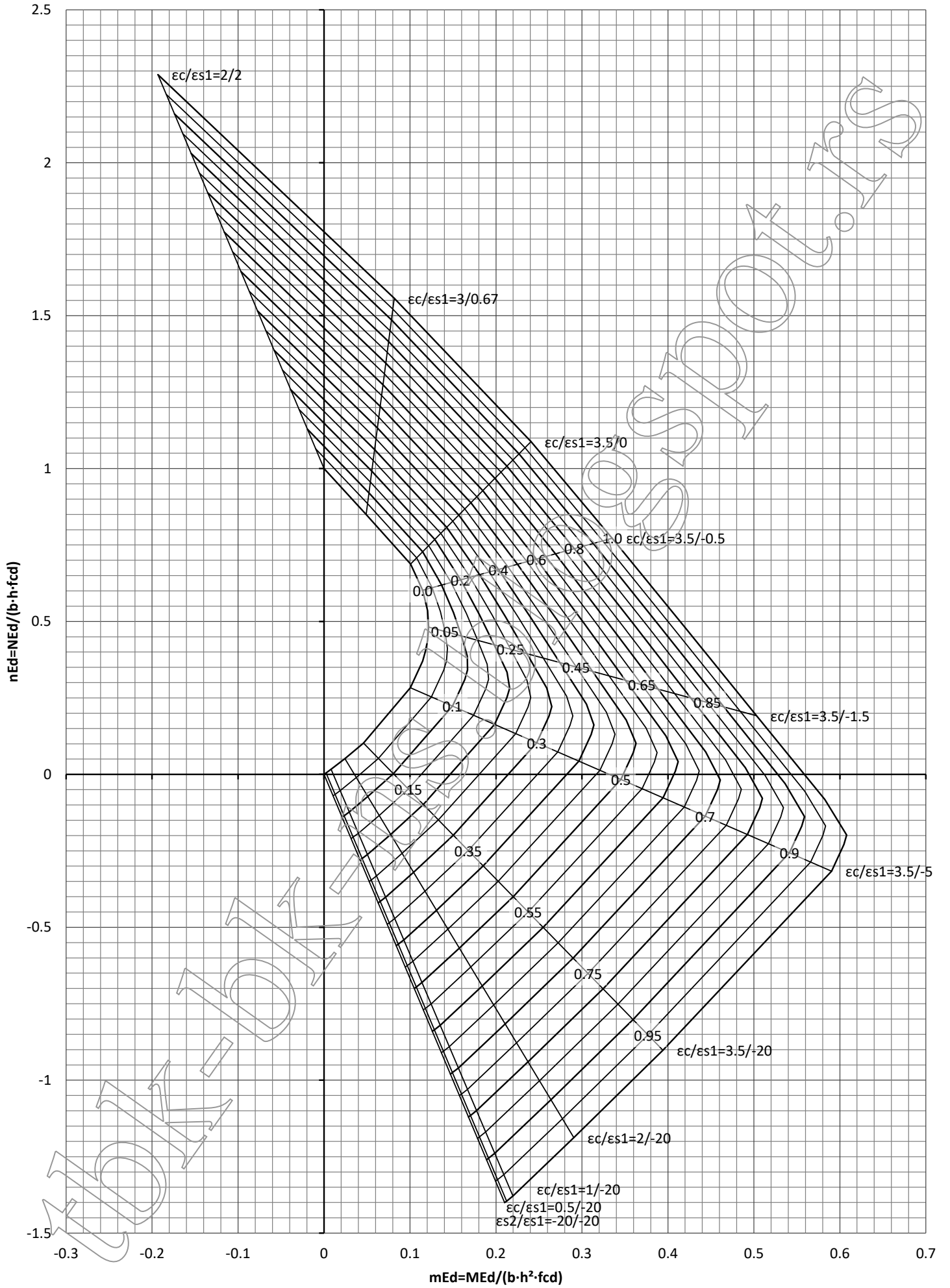
$A_{s2}/A_{s1}=0.4, d1/h=0.05, d2/h=0.05$



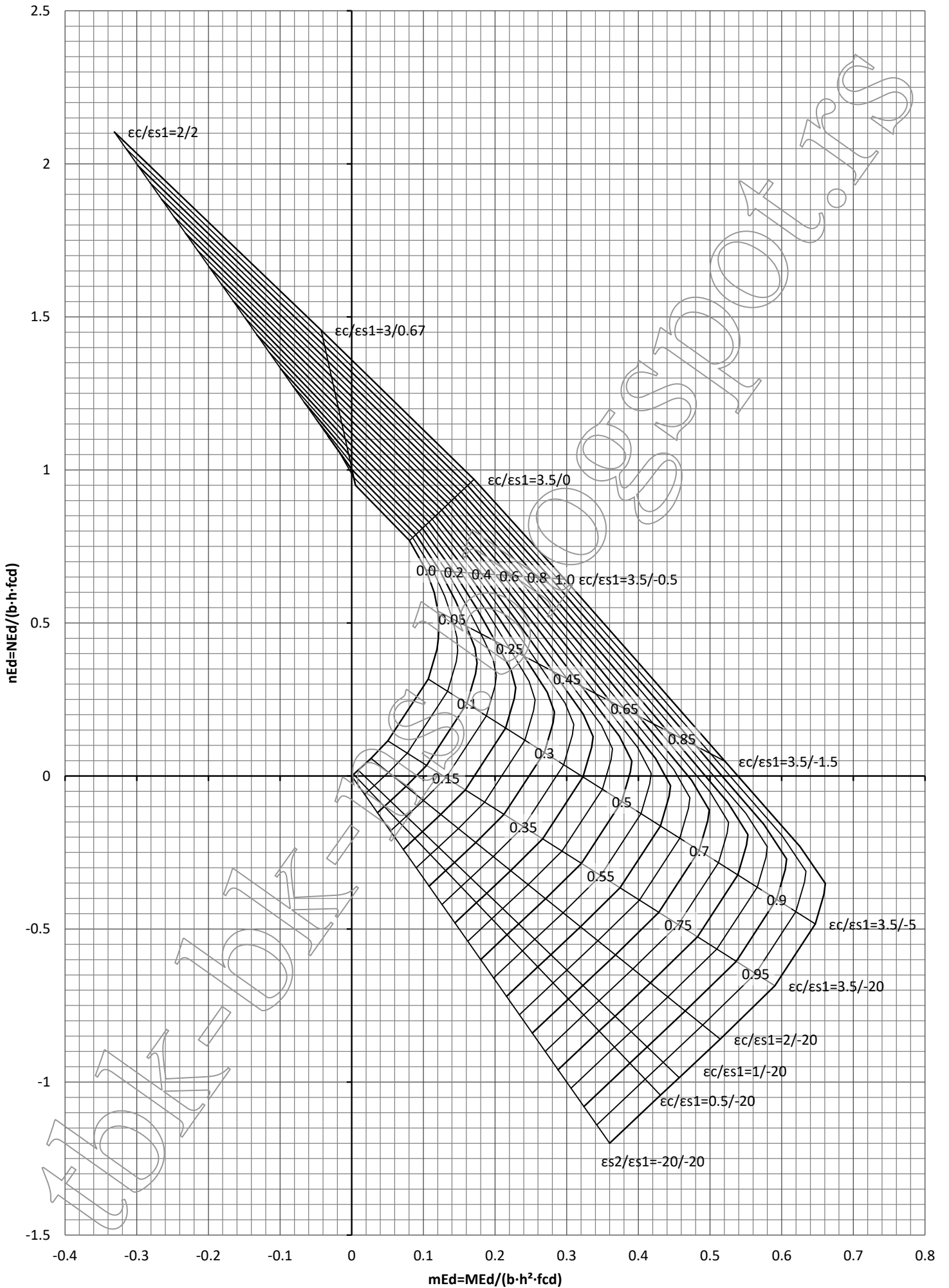
$A_{s2}/A_{s1}=0.4, d_1/h=0.1, d_2/h=0.1$



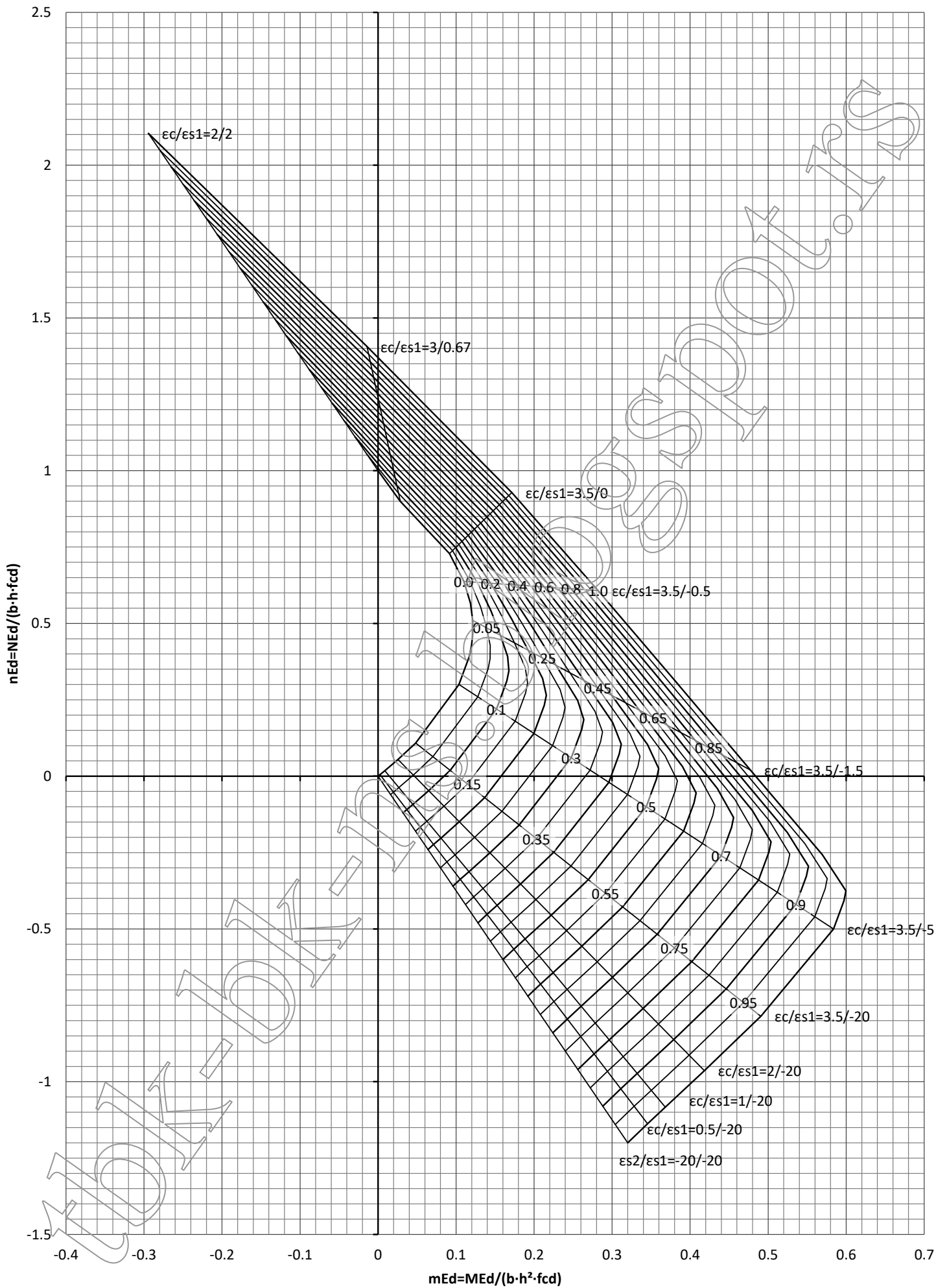
$As_2/As_1=0.4, d_1/h=0.15, d_2/h=0.15$



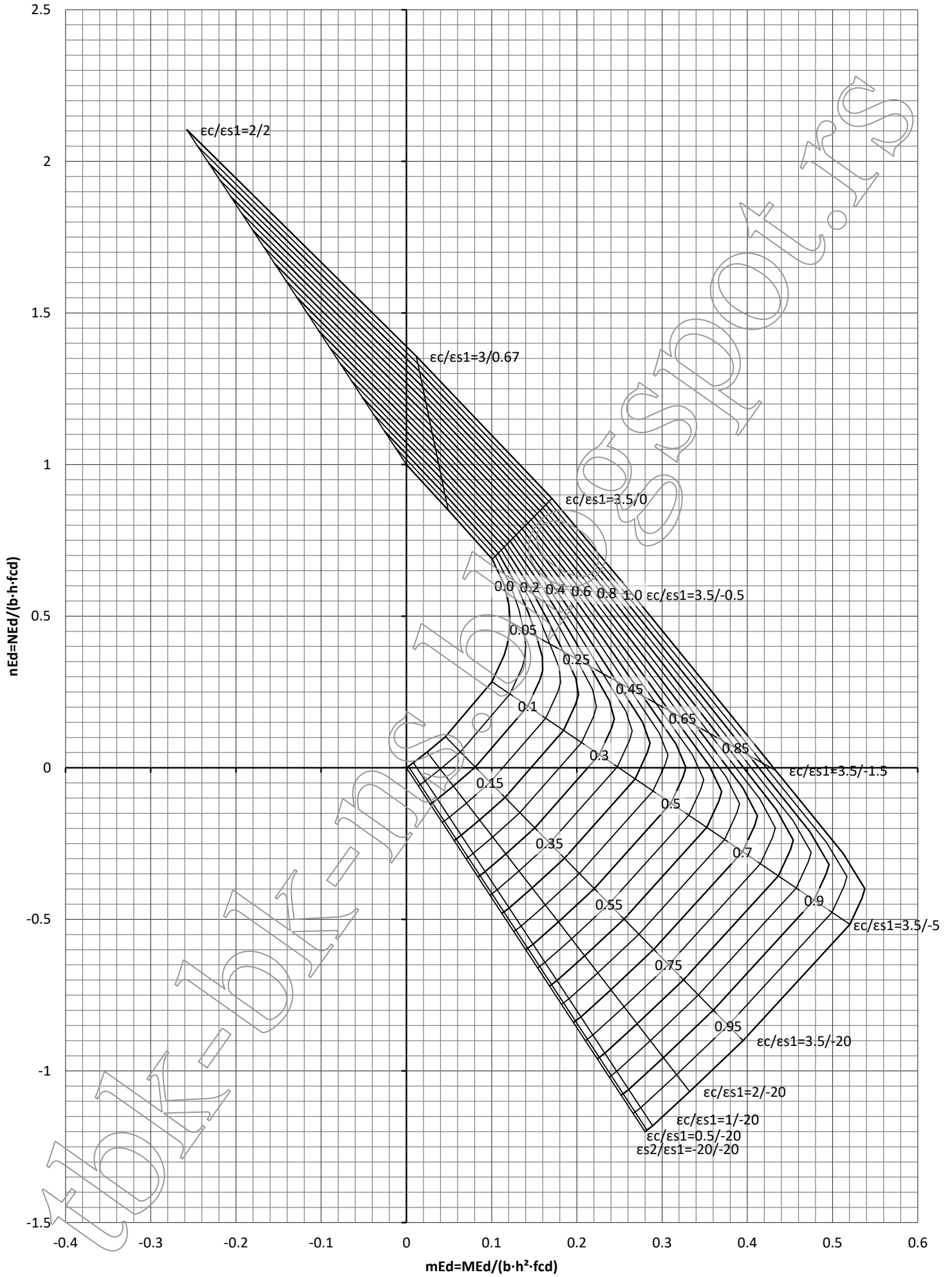
$A_{s2}/A_{s1}=0.2, d_1/h=0.05, d_2/h=0.05$



$A_{s2}/A_{s1}=0.2, d_1/h=0.1, d_2/h=0.1$



$A_{s2}/A_{s1}=0.2, d1/h=0.15, d2/h=0.15$



TEORIJA BETONSKIH KONSTRUKCIJA 1

vežbe br. 8 (2 časa)

PRORAČUN PRESEKA ZA GRANIČNE UTICAJE V_{Ed}

Generalni postupak proračuna (smicanje)

Definisane su sledeće vrednosti:

$V_{Rd,c}$ - proračunska vrednost nosivosti pri smicanju elementa bez armature za smicanje,

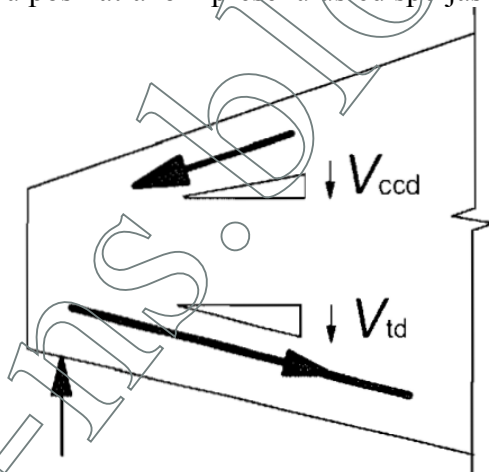
$V_{Rd,s}$ - proračunska vrednost sile smicanja koju može da prihvati armatura za smicanje na granici razvlačenja,

$V_{Rd,max}$ - proračunska vrednost maksimalne sile smicanja koju element može da prihvati, ograničena lomom (drobljenjem) betona u pritisnutim štapovima,

V_{ccd} - proračunska vrednost smičuće komponente sile u pritisnutoj zoni, kada je pritisnuti pojas u nagibu,

V_{td} - proračunska vrednost smičuće komponente sile u zategnutoj zoni, kada je zategnuti pojas u nagibu,

V_{Ed} - proračunska sila smicanja u posmatranom preseku usled spoljašnjeg opterećenja.



Slika 1. Smičuće komponente u elementima sa pojasevima u nagibu

- Elementi u kojima nije potrebna proračunska armatura za smicanje

Ako je $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$ nije potrebna nikakva proračunska armatura za smicanje (treba predvideti minimalnu armaturu za smicanje $A_{sw,min}$).

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d \geq V_{Rd,c,min}$$

Minimalna vrednost $V_{Rd,c,min}$

$$V_{Rd,c,min} = (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d$$

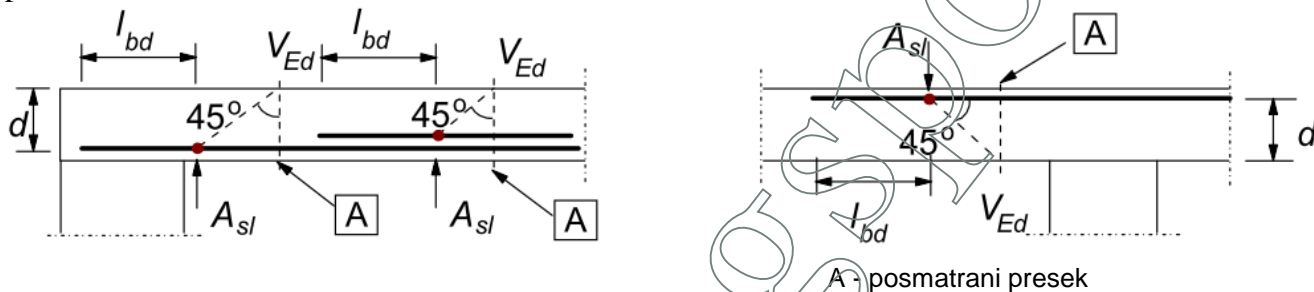
gde je:

$$f_{ck} \quad \text{u [MPa]}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0 \quad \text{sa } d \text{ u [mm]}$$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \leq 0.02$$

A_{sl} površina zategnute armature, koja se produžava za $\geq (l_{bd} + d)$ dalje od posmatranog preseka, Slika 2.



Slika 2. Definicija A_{sl}

b_w najmanja širina poprečnog preseka u zategnutoj zoni [mm],
 $\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c < 0.2 \cdot f_{cd}$ u [MPa],
 N_{Ed} aksijalna sila u poprečnom preseku od opterećenja u [N] ($N_{Ed} > 0$ za pritisak),
 A_c površina poprečnog preseka betona u [mm²],
 $V_{Rd,c}$ u [N].

Napomena: EC2 preporučuje vrednosti za $C_{Rd,c} = 0.18 / \gamma_c$, $v_{min} = 0.035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$ i $k_1 = 0.15$.

- Elementi u kojima je potrebna proračunska armatura za smicanje

Nosivost pri smicanju elementa sa armaturom za smicanje jednaka je

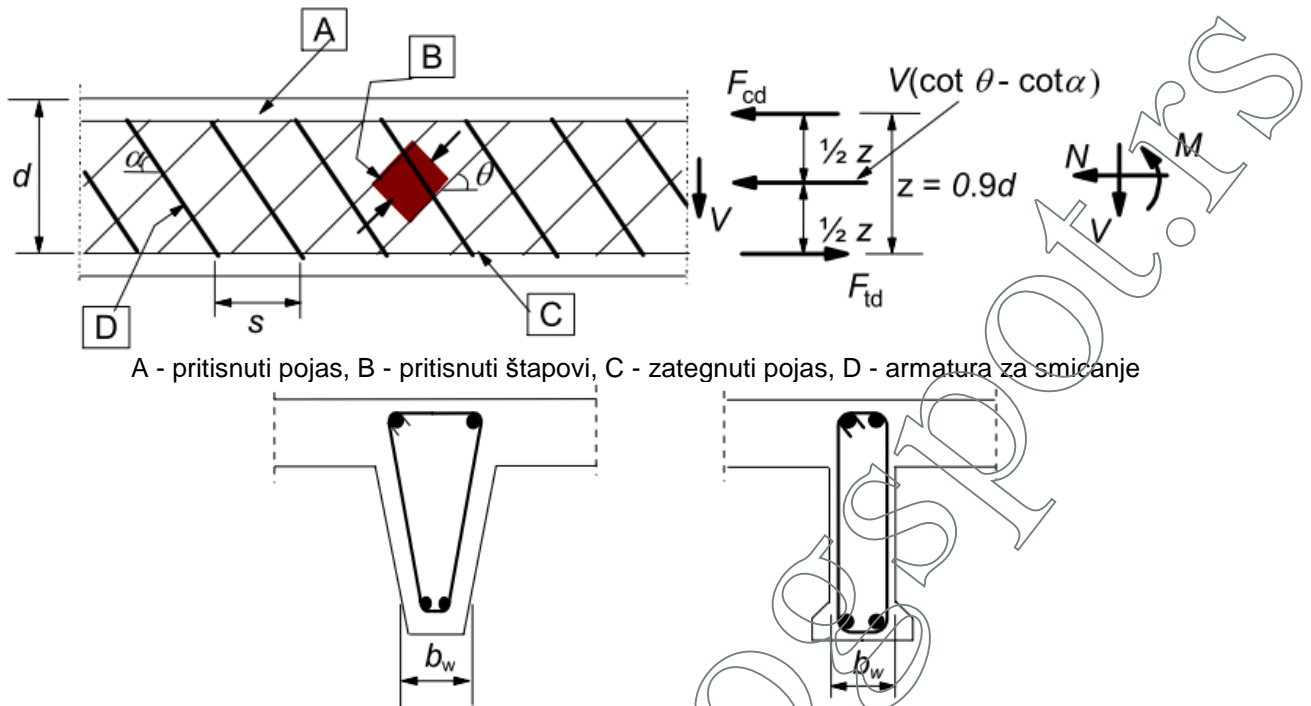
$$V_{Rd} = V_{Rd,s} + V_{ccd} + V_{td}$$

Ako je $V_{Ed} > V_{Rd,c}$ treba predvideti armaturu za smicanje dovoljnu da je $V_{Ed} \leq V_{Rd}$

Zbir proračunske sile smicanja i dodatnih smičućih komponenti sila iz flanši mora zadovoljiti uslov

$$V_{Ed} - V_{ccd} - V_{td} \leq V_{Rd,max}$$

Proračun elemenata zasniva se na modelu rešetke.



A - pritisnuti pojas, B - pritisnuti štapovi, C - zategnuti pojas, D - armatura za smicanje

Slika 3. Model rešetke i oznake za elemente sa armaturom za smicanje

- α ugao između armature za smicanje i ose grede upravne na silu smicanja (prikazan na slici 3 kao pozitivan),
- θ ugao između pritisnutog betonskog štapa i ose grede upravne na silu smicanja,
- F_{td} proračunska vrednost sile zatezanja u podužnoj armaturi,
- F_{cd} proračunska vrednost sile pritiska u betonu u pravcu podužne ose elementa,
- b_w minimalna širina poprečnog preseka između zategnutog i pritisnutog pojasa,
- z krak unutrašnjih sila za element sa konstantnom visinom poprečnog preseka, koji odgovara momentu savijanja u posmatranom elementu. U analizi smicanja armiranobetonskih elemenata bez aksijalne sile, normalno može da se usvoji aproksimativna vrednost $z=0.9d$.

Ugao θ treba da se ograniči. Preporučena vrednost prema EC2 je $1 \leq \text{ctg}\theta \leq 2.5$ ($21.8^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$).

Podužna zategnuta armatura treba da bude u stanju da prihvati dodatnu silu zatezanja usled smicanja

$$\Delta F_{td} = 0.5 \cdot V_{Ed} \cdot (\text{ctg}\theta - \text{ctg}\alpha)$$

Za elemente sa vertikalnom armaturom za smicanje,

V_{Rd} – nosivost pri smicanju jednaka je manjoj od sledeće dve vrednosti:

$$V_{Rd} = \min \left\{ \begin{array}{l} V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \text{ctg}\theta \\ V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{(\text{ctg}\theta + \text{tg}\theta)} \end{array} \right.$$

gde je:

A_{sw}	površina preseka armature za smicanje,
s	rastojanje uzengija,
f_{ywd}	proračunska granica razvlačenja armature za smicanje,
v_1	koeficijent kojim se smanjuje čvrstoća betona zbog prslina od smicanja,
α_{cw}	koeficijent kojim se uzima u obzir stanje napona u pritisnutom pojasu.

Preporučene vrednosti za v_1 i α_{cw} su:

$$v_1 = 0.6, \text{ za } f_{ywd} = 0.8f_{ywk} \text{ i } f_{ck} \leq 60 \text{ MPa}$$

$$\text{ili } v_1 = 0.6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right), f_{ck} \text{ u [MPa]}$$

$\alpha_{cw} =$

1	za konstrukcije koje nisu prethodno napregnute
$(1 + \sigma_{cp}/f_{cd})$	za $0 < \sigma_{cp} \leq 0.25f_{cd}$
1.25	za $0.25f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0.5f_{cd}$
$2.5(1 - \sigma_{cp}/f_{cd})$	za $0.5f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 1.0f_{cd}$

gde je σ_{cp} srednja vrednost napona pritiska u betonu, sa pozitivnim znakom, od proračunske aksijalne sile. Dobija se kao srednja vrednost napona u betonskom preseku, uzimajući u obzir i armaturu. Vrednost σ_{cp} ne treba da se sračuna na rastojanju manjem od $0.5d \text{ctg}\theta$ od ivice oslonca.

Maksimalna efektivna površina preseka armature za smicanje $A_{sw,max}$ za $\text{ctg}\theta=1$ iznosi

$$\frac{A_{sw,max} \cdot f_{ywd}}{b_w \cdot s} \leq \frac{1}{2} \alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot f_{cd}$$

Za elemente sa armaturom za smicanje u nagibu (uzengije),

V_{Rd} – nosivost pri smicanju jednaka je manjoj od sledeće dve vrednosti:

$$V_{Rd} = \min \left\{ \begin{array}{l} V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot (\text{ctg}\theta + \text{ctg}\alpha) \cdot \sin \alpha \\ V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot (\text{ctg}\theta + \text{ctg}\alpha) / (1 + \text{ctg}^2\theta) \end{array} \right.$$

Maksimalna efektivna površina preseka armature za smicanje $A_{sw,max}$ za $\text{ctg}\theta=1$ iznosi

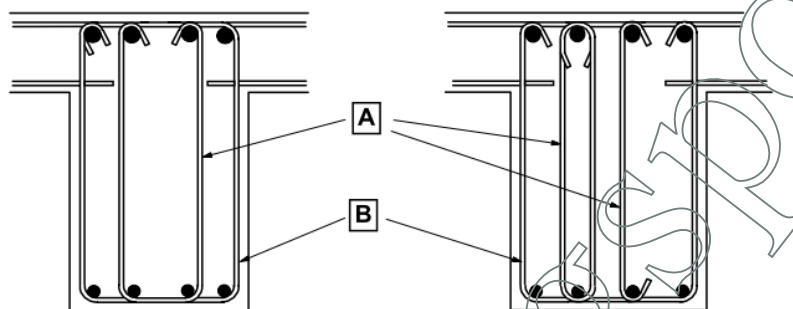
$$\frac{A_{sw,max} \cdot f_{ywd}}{b_w \cdot s} \leq \frac{\frac{1}{2} \alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{\sin \alpha}$$

Armatura za smicanje:

Armatura za smicanje treba da bude pod uglom α između 45° i 90° u odnosu na podužnu osu konstrukcijskog elementa.

Armatura za smicanje može da se sastoji od kombinacije:

- uzengija, koje obuhvataju podužnu zategnutu armaturu i pritisnutu zonu preseka i mogu biti obimne ili unutrašnje, zatvorene ili otvorene, Slika 4;
- koso povijenih šipki.



A - alternativni oblici unutrašnjih uzengija,
B - obimne uzengije koje obuhvataju podužnu zategnutu armaturu i pritisnutu zonu preseka

Slika 4. Primeri armature za smicanje

Koeficijent armature za smicanje (odnos površine armature za smicanje i površine betona), prema izrazu:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w \cdot \sin \alpha}$$

gde je:

- ρ_w koeficijent armature za smicanje $\geq \rho_{w,min}$
 A_{sw} površina armature za smicanje na dužini s ,
 s međusobno rastojanje armature za smicanje, mereno duž podužne ose elementa,
 b_w širina rebra elementa.

Vrednost $\rho_{w,min}$ za grede

$$\rho_{w,min} = \frac{(0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}})}{f_{yk}}$$

Maksimalno podužno rastojanje između elemenata armature za smicanje ne treba da bude veće od $s_{l,max} = 0,75 \cdot d \cdot (1 + \cot \alpha)$ prema SRPS EN 1992-1-1, a naš nacionalni aneks daje sledeće vrednosti:

	Proračunska vrednost sile smicanja V_{Ed}^*	Klase čvrstoće betona	
		$\leq C 50/60$	$> C 50/60$
1.	$V_{Ed} \leq 0.3 V_{Rd,max}$	$0.75 d^{**} \leq 300 \text{ mm}$	$0.75 d \leq 200 \text{ mm}$
2.	$0.3 V_{Rd,max} \leq V_{Ed} \leq 0.6 V_{Rd,max}$	$0.55 d \leq 300 \text{ mm}$	$0.55 d \leq 200 \text{ mm}$
3.	$V_{Ed} \leq 0.6 V_{Rd,max}$	$0.3 d \leq 200 \text{ mm}$	

* $V_{Rd,max}$ može da se odredi pojednostavljeno sa $\theta = 40^\circ$ ($\cot \theta = 1,2$).
 ** Za grede kod kojih je $h < 200 \text{ mm}$ i $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$ rastojanje ne mora da bude manje od 150 mm.

Rastojanje nožica (vertikalnih stranica) uzengija u poprečnom pravcu u preseku ne treba da bude veće od $s_{r,max} = 0,75 \cdot d \leq 600 \text{ mm}$ prema SRPS EN 1992-1-1, a naš nacionalni aneks daje sledeće vrednosti:

	Proračunska vrednost sile smicanja V_{Ed}^*	Klase čvrstoće betona	
		$\leq C 50/60$	$> C 50/60$
1.	$V_{Ed} \leq 0.3 V_{Rd,max}$	$0.75 d \leq 600 \text{ mm}$	$0.75 d \leq 400 \text{ mm}$
2.	$0.3 V_{Rd,max} \leq V_{Ed} \leq 0.6 V_{Rd,max}$	$0.75 d \leq 600 \text{ mm}$	$0.75 d \leq 400 \text{ mm}$
3.	$V_{Ed} \leq 0.6 V_{Rd,max}$	$0.3 d \leq 300 \text{ mm}$	

* $V_{Rd,max}$ može da se odredi pojednostavljeno sa $\theta = 40^\circ$ ($\cot \theta = 1,2$).

PRIMER BR. 1

Izvršiti osiguranje pravougaonog poprečnog preseka $b/h = 35/80$ cm od sile $V_{Ed} = 80$ kN.

$$C30/37 \Rightarrow f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c = 0.85 \cdot 30 / 1.5 = 17 \text{ MPa} = 1.7 \text{ kN/cm}^2$$

$$B500B \Rightarrow \sigma_{sl} = f_{yk} / \gamma_s = 500 / 1.15 = 434.78 \text{ MPa} = 43.48 \text{ kN/cm}^2$$

Provera $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d$$

$$C_{Rd,c} = 0.18 / \gamma_c = 0.18 / 1.5 = 0.12$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{750}} = 1.52 \leq 2.0$$

za $3\text{Ø}20$, $A_{sl} = 9.42 \text{ cm}^2$ (podužna zategnuta armatura kod oslonca)

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} = \frac{9.42}{35 \cdot 75} = 0.0036 \leq 0.02$$

$$f_{ck} = 30.0 \text{ MPa}$$

$$k_1 = 0.15$$

$$\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c = 0$$

$$V_{Rd,c} = [0.12 \cdot 1.52 \cdot (100 \cdot 0.0036 \cdot 30 \text{ MPa})^{1/3} + 0.15 \cdot 0] \cdot 350 \text{ mm} \cdot 750 \text{ mm}$$

$$V_{Rd,c} = 105490.023 \text{ N} = 105.49 \text{ kN} \geq V_{Rd,c,\min}$$

$$V_{Rd,c,\min} = (v_{\min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d$$

$$v_{\min} = 0.035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0.035 \cdot 1.52^{3/2} \cdot 30^{1/2} = 0.358$$

$$V_{Rd,c,\min} = (0.358 + 0.15 \cdot 0) \cdot 350 \text{ mm} \cdot 750 \text{ mm} = 93967.50 \text{ N}$$

$$V_{Rd,c,\min} = 93.97 \text{ kN}$$

$V_{Ed} = 80 \text{ kN} \leq V_{Rd,c} = 105.49 \text{ kN}$, Nije potrebna proračunska armatura za smicanje (treba predvideti minimalnu armaturu za smicanje $A_{sw,\min}$).

$$A_{sw,\min} = \rho_{w,\min} \cdot s \cdot b_w \cdot \sin \alpha, \quad \alpha = 90^\circ \text{ (vertikalne uzengije)}$$

$$\frac{A_{sw,\min}}{s} = \rho_{w,\min} \cdot b_w$$

$$\rho_{w,\min} = \frac{(0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}})}{f_{yk}} = \frac{(0.08 \cdot \sqrt{30})}{500} = 8.764 \cdot 10^{-4}$$

$$\frac{A_{sw,\min}}{s} = \rho_{w,\min} \cdot b_w = 8.764 \cdot 10^{-4} \cdot 35 = 0.031 \text{ cm}^2 / \text{cm}$$

$$A_{sw} = m \cdot a_s^{(1)}, \quad m - \text{sečnost uzengija}$$

za $\frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} < 0.3 \rightarrow m=2$ ($s_{t,max} = 0.75 \cdot d = 56.5\text{cm}$ ili $s_{t,max} \leq 60\text{cm}$) i $s=20\text{cm}$

($s_{l,max} = 0.75 \cdot d \cdot (1 + \text{ctg}\alpha) = 0.75 \cdot d(1+0) = 0.75 \cdot 75\text{cm} = 56.25\text{cm}$ ili $s_{l,max} \leq 30\text{cm}$)

$$\frac{m \cdot a_s^{(1)}}{s} = 0.031 \text{ cm}^2/\text{cm} \Rightarrow a_s^{(1)} = \frac{0.031 \cdot 20}{2} = 0.31 \text{ cm}^2$$

usvaja se UØ8 ($a_s^{(1)} = 0.5\text{cm}^2$)

usvaja se UØ8/20cm $\left(\frac{A_{sw}}{s} = 0.05 \text{ cm}^2/\text{cm} > \frac{A_{sw,min}}{s} = 0.031 \text{ cm}^2/\text{cm} \right)$

PRIMER BR. 2

Izvršiti osiguranje grede pravougaonog poprečnog preseka $b/h = 35/80\text{ cm}$ od sile $V_{Ed} = 360\text{kN}$.

C30/37 $\Rightarrow f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c = 0.85 \cdot 30 / 1.5 = 17\text{MPa} = 1.7\text{kN/cm}^2$

B500B $\Rightarrow \sigma_{sl} = f_{yk} / \gamma_s = 500 / 1.15 = 434.78\text{MPa} = 43.48\text{kN/cm}^2$

Provera $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d$$

$$C_{Rd,c} = 0.18 / \gamma_c = 0.18 / 1.5 = 0.12$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{750}} = 1.52 \leq 2.0$$

za 3Ø20, $A_{sl} = 9.42\text{cm}^2$ (podužna zategnuta armatura kod oslonca)

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} = \frac{9.42}{35 \cdot 75} = 0.0036 \leq 0.02$$

$f_{ck} = 30.0\text{MPa}$

$k_1 = 0.15$

$$\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c = 0$$

$$V_{Rd,c} = \left[0.12 \cdot 1.52 \cdot (100 \cdot 0.0036 \cdot 30\text{MPa})^{1/3} + 0.15 \cdot 0 \right] \cdot 350\text{mm} \cdot 750\text{mm}$$

$$V_{Rd,c} = 105490.023\text{N} = 105.49\text{kN} \geq V_{Rd,c,min}$$

$$V_{Rd,c,min} = (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d$$

$$v_{min} = 0.035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0.035 \cdot 1.52^{3/2} \cdot 30^{1/2} = 0.358$$

$$V_{Rd,c,min} = (0.358 + 0.15 \cdot 0) \cdot 350\text{mm} \cdot 750\text{mm} = 93967.50\text{N}$$

$$V_{Rd,c,min} = 93.97\text{kN}$$

$V_{Ed} = 360\text{kN} \geq V_{Rd,c} = 105.49\text{kN}$, Potrebna je proračunska armatura za smicanje.

Usvaja se vertikalna armatura za smicanje, $\alpha=90^\circ$

V_{Rd} – nosivost pri smicanju jednaka je manjoj od sledeće dve vrednosti:

$$V_{Rd} = \min \begin{cases} V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot ctg\theta \\ V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{(ctg\theta + tg\theta)} \end{cases}$$

za $V_{Ed} = V_{Rd,max}$

$\alpha_{cw} = 1$

$$v_1 = 0.6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0.6 \cdot \left(1 - \frac{30}{250}\right) = 0.528 \quad \text{za } f_{ywd} = 0.8 f_{yk}$$

$z = 0.9d$ (prema EC2, za $N_{Ed} = 0$)

$$\theta = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2 \cdot V_{Rd,max}}{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}$$

$$\theta = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2 \cdot 360}{1.0 \cdot 35 \cdot 0.9 \cdot 75 \cdot 0.528 \cdot 1.7} = \frac{1}{2} \arcsin 0.33953$$

$$\theta = 19.85^\circ$$

pravilo $21.8^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$

usvaja se $\theta = 21.8^\circ$

$$ctg\theta = 2.5002, \quad tg\theta = 0.4$$

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{(ctg\theta + tg\theta)} = \frac{1.0 \cdot 35 \cdot 0.9 \cdot 75 \cdot 0.528 \cdot 1.7}{(2.5002 + 0.4)} = 731.184 \text{ kN}$$

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} = \frac{360}{731.184} = 0.49 \rightarrow s_{t,max} = 0.55 \cdot d \cdot (1 + ctg\alpha) = 0.55 \cdot d = 0.55 \cdot 75 = 41.25 \text{ cm}$$

$$i \ s_{t,max} \leq 30 \text{ cm}$$

$$s_{t,max} = 0.75 \cdot d = 0.75 \cdot 75 = 56.25 \text{ cm}$$

$$i \ s_{t,max} \leq 60 \text{ cm}$$

usvaja se $s = 20 \text{ cm}$ i $m = 2$

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot ctg\theta$$

za $V_{Ed} = V_{Rd,s}$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Rd,s}}{z \cdot f_{ywd} \cdot ctg\theta} = \frac{360 \text{ kN}}{0.9 \cdot 75 \cdot 0.8 \cdot 50 \cdot 2.5002} = 0.0533 \text{ cm}^2/\text{cm} \geq \frac{A_{sw,min}}{s} = 0.031 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

$$\frac{m \cdot a_s^{(1)}}{s} = 0.0533 \text{ cm}^2/\text{cm} \Rightarrow a_s^{(1)} = \frac{0.0533 \cdot 20}{2} = 0.533 \text{ cm}^2$$

usvaja se UØ10 ($a_s^{(1)} = 0.79 \text{ cm}^2$)

$$\text{usvaja se UØ10/20cm, } \left(\frac{A_{sw}}{s} = 0.079 \text{ cm}^2/\text{cm} > \frac{A_{sw,pot}}{s} = 0.0533 \text{ cm}^2/\text{cm} \right)$$

Dodatna podužna armatura

$$\Delta F_{td} = 0.5 \cdot V_{Ed} \cdot (ctg\theta - ctg\alpha)$$

$$\Delta F_{td} = 0.5 \cdot V_{Ed} \cdot (ctg\theta - ctg\alpha) = 0.5 \cdot 360 \text{ kN} \cdot (2.5002 - 0) = 450.036 \text{ kN}$$

$$A_{\Delta F_{td}} = \frac{\Delta F_{td}}{\sigma_{s1}} = \frac{450.036}{43.48} = 10.35 \text{ cm}^2$$

Ukupna podužna armatura

$$A_{s1} = A_{sav} + A_{\Delta F_{td}} = 9.42 + 10.35 = 19.77 \text{ cm}^2$$

za $\theta = 45^\circ$

$$ctg\theta = 1.0, \quad tg\theta = 1.0$$

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{(ctg\theta + tg\theta)} = \frac{1.0 \cdot 35 \cdot 0.9 \cdot 75 \cdot 0.528 \cdot 1.7}{(1+1)} = 1060.29 \text{ kN}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Rd,s}}{z \cdot f_{ywd} \cdot ctg\theta} = \frac{360 \text{ kN}}{0.9 \cdot 75 \cdot 0.8 \cdot 50 \cdot 1.0} = 0.1333 \text{ cm}^2/\text{cm} \geq \frac{A_{sw,min}}{s} = 0.031 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} = \frac{360}{1060.29} = 0.33 \rightarrow s_{t,max} = 0.55 \cdot d \cdot (1 + ctg\alpha) = 0.55 \cdot d = 0.55 \cdot 75 = 41.25 \text{ cm}$$

$$i s_{t,max} \leq 30 \text{ cm}$$

$$s_{t,max} = 0.75 \cdot d = 0.75 \cdot 75 = 56.25 \text{ cm}$$

$$i s_{t,max} \leq 60 \text{ cm}$$

usvaja se $s=20 \text{ cm}$ i $m=2$

$$\frac{m \cdot a_s^{(1)}}{s} = 0.1333 \text{ cm}^2/\text{cm} \Rightarrow a_s^{(1)} = \frac{0.1333 \cdot 20}{2} = 1.333 \text{ cm}^2$$

usvaja se UØ14 ($a_s^{(1)} = 1.54 \text{ cm}^2$)

$$\text{usvaja se UØ14/20cm } \left(\frac{A_{sw}}{s} = 0.154 \text{ cm}^2/\text{cm} > \frac{A_{sw,pot}}{s} = 0.0533 \text{ cm}^2/\text{cm} \right)$$

$$\Delta F_{td} = 0.5 \cdot V_{Ed} \cdot (ctg\theta - ctg\alpha)$$

$$\Delta F_{td} = 0.5 \cdot V_{Ed} \cdot (\operatorname{ctg} \theta - \operatorname{ctg} \alpha) = 0.5 \cdot 360 \text{ kN} \cdot (1.0 - 0) = 180.0 \text{ kN}$$

$$A_{\Delta F_{td}} = \frac{\Delta F_{td}}{\sigma_{s1}} = \frac{180}{43.48} = 4.14 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = A_{sav} + A_{\Delta F_{td}} = 9.42 + 4.14 = 13.56 \text{ cm}^2$$

za $\theta = 45^\circ$,

$$\frac{A_{sw, \max} \cdot f_{ywd}}{b_w \cdot s} \leq \frac{1}{2} \alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot f_{cd}$$

$$\frac{A_{sw, \max}}{s} \leq \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot b_w \cdot \frac{f_{cd}}{f_{ywd}} = \frac{1}{2} \cdot 1.0 \cdot 0.528 \cdot 35 \text{ cm} \cdot \frac{17}{0.8 \cdot 500} = 0.3927 \text{ cm}$$

$$\frac{m \cdot a_{s, \max}^{(1)}}{s} \leq 0.3927 \text{ cm} \Rightarrow a_{s, \max}^{(1)} \leq \frac{0.3927 \cdot 20}{2} = 3.93 \text{ cm}^2$$

TEORIJA BETONSKIH KONSTRUKCIJA 1

vežbe br. 9 (2 časa)

DIMENZIONISANJE GREDE USLED M_{Ed} i V_{Ed}

Pored potrebne armature usled savijanja podužna zategnuta armatura treba da bude u stanju da prihvati i dodatnu silu zatezanja usled smicanja

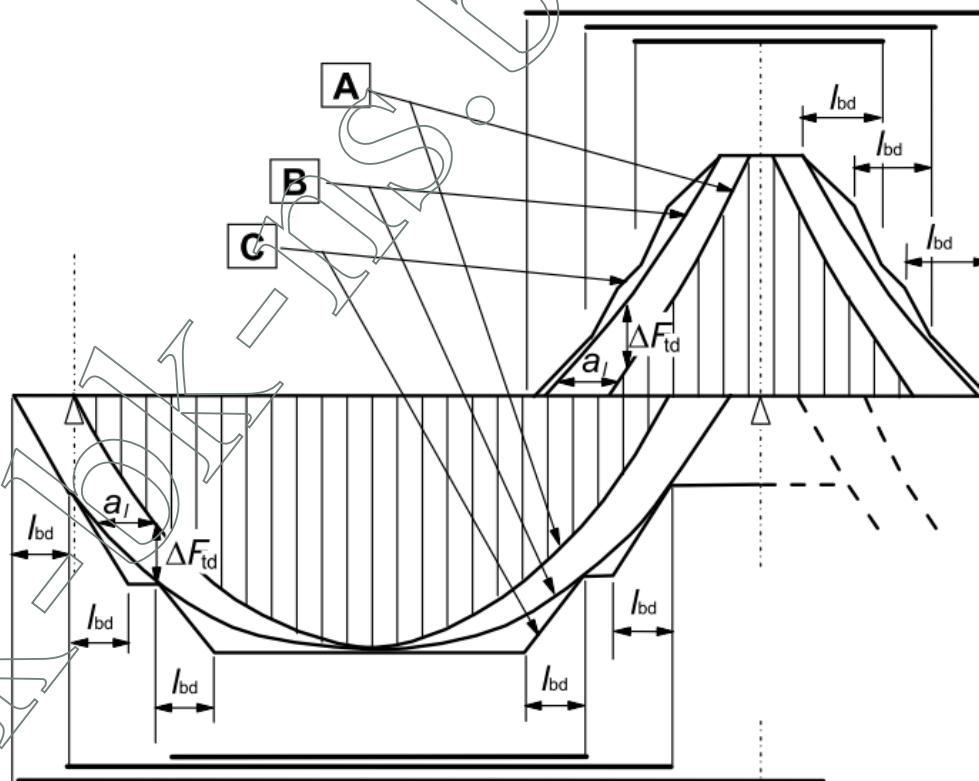
$$\Delta F_{td} = 0.5 \cdot V_{Ed} \cdot (\operatorname{ctg} \theta - \operatorname{ctg} \alpha)$$

pri čemu $\frac{M_{Ed}}{z} + \Delta F_{td}$ ne treba da se uzme veće od $\frac{M_{Ed,max}}{z}$, gde je $M_{Ed,max}$ maksimalni momenat duž raspona grede.

ΔF_{td} se može uzeti u obzir pomeranjem dijagrama momenata savijanja za dužinu $a_l = d$ (za elemente bez armature za smicanje) u nepovoljnom pravcu, Slika 1.

Inače vrednost pomeranja a_l (za elemente sa armaturom za smicanje) dobija se prema izrazu

$$a_l = \frac{z \cdot (\operatorname{ctg} \theta - \operatorname{ctg} \alpha)}{2}$$



Slika 1. Prekidanje podužne armature, sa uzimanjem u obzir uticaja kosih prslina i nosivosti armature na dužinama ankerovanja

PRIMER BR. 1

Dimenzionisati gredu pravougaonog poprečnog preseka $b/h = 30/50$ cm, statičkog sistema proste grede raspona $L = 7.0$ m sa prepustom $L_p = 2.8$ m, opterećenu stalnim opterećenjem $g = (g_{st} + \Delta g)$, kN/m' i povremenim opterećenjem $q = 20$ kN/m' . Izvršiti osiguranje grede od transverzalne (poprečne) V_{Ed} sile.

$$C30/37 \Rightarrow f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c = 0.85 \cdot 30 / 1.5 = 17 \text{MPa} = 1.7 \text{kN/cm}^2$$

$$B500B \Rightarrow \sigma_{sI} = f_{yk} / \gamma_s = 500 / 1.15 = 434.78 \text{MPa} = 43.48 \text{kN/cm}^2$$

$$g_{st} = b \cdot h \cdot \gamma_{rc} = 0.3 \text{m} \cdot 0.5 \text{m} \cdot 25 \text{ kN/m}^3 = 3.75 \text{kN/m}'$$

$$\Delta g = 10.0 \text{kN/m}'$$

$$g = g_{st} + \Delta g = 13.75 \text{kN/m}'$$

$$q = 20.0 \text{kN/m}'$$

$$q_{Ed} = 1.35 \cdot g + 1.5 \cdot q = 48.563 \text{kN/m}'$$

Statički uticaji

$$R_{Ed,A} = \frac{1}{L} \cdot (q_{Ed} \cdot \frac{L^2}{2} - \frac{q_{Ed} \cdot L_p^2}{2}) = 142.774 \text{kN}$$

$$R_{Ed,B} = \frac{1}{L} \cdot (q_{Ed} \cdot \frac{(L + L_p)^2}{2}) = 333.139 \text{kN}$$

$$M_{Ed,max}^{polje} = R_{Ed,A} \cdot x - \frac{q_{Ed} \cdot x^2}{2}, \text{ za } x \sim 0.4L$$

$$V_{Ed} = R_{Ed,A} - q_{Ed} \cdot x$$

$$M_{Ed}^{oslonac} = -\frac{q_{Ed} \cdot (x_p')^2}{2} = -190.365 \text{kNm}$$

$$V_{Ed}^{desno} = q_{Ed} \cdot (x_p')$$

Dimenzionisanje na savijanje (polje)

jednostruko armiranje (vežbe br. 4)

$$M_{Ed}^{polje} = 209.402 \text{kNm}$$

$$A_{sI} = \omega \cdot \frac{f_{cd}}{\sigma_{sI}} \cdot b \cdot d = 12.14 \text{cm}^2, \text{ usvaja se } 8\emptyset 14, (n^I=6, n^{II}=2), A_{sI}^{stv.} = 12.32 \text{cm}^2$$

Dimenzionisanje na savijanje (oslonac)

jednostruko armiranje (vežbe br. 4)

$$M_{Ed}^{oslonac} = 190.365 \text{kNm}$$

$$A_{sI} = \omega \cdot \frac{f_{cd}}{\sigma_{sI}} \cdot b \cdot d = 10.87 \text{cm}^2, \text{ usvaja se } 8\emptyset 14, (n^I=6, n^{II}=2), A_{sI}^{stv.} = 12.32 \text{cm}^2$$

Osiguranje od transverzalnih sila

(vežbe br. 8)

$$V_{Ed,max} = V_{Ed}^{B^{levo}} = 175.31 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,c} = 81.37 \text{ kN (zategnuta armatura } 8\text{Ø}14)$$

$$V_{Rd,c,min} = 55.68 \text{ kN}$$

$$V_{Ed}^{B^{levo}} = 175.31 \text{ kN} \geq 81.37 \text{ kN, potrebno je osiguranje uzengijama}$$

$$\text{za } \theta=21.8^\circ, \frac{A_{sw}}{s} = 0.0433 \text{ cm}^2$$

$$\alpha=90^\circ, m=2, s=10 \text{ cm, } a_s^{(1)} = 0.22 \text{ cm}^2$$

$$\text{usvaja se } \text{Ø}6 (a_s^{(1)} = 0.28 \text{ cm}^2)$$

$$\text{UØ}6/10 \left(\frac{A_{sw}}{s} = 0.056 \text{ cm}^2 \right)$$

$$V_{Ed}^{A^{desno}} = 120.92 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,c} = 64.58 \text{ kN (zategnuta armatura } 4\text{Ø}14)$$

$$V_{Rd,c,min} = 55.68 \text{ kN}$$

$$V_{Ed}^{A^{desno}} = 120.92 \text{ kN} \geq 64.58 \text{ kN, potrebno je osiguranje uzengijama}$$

$$\text{za } \theta=21.8^\circ, \frac{A_{sw}}{s} = 0.0299 \text{ cm}^2$$

$$\alpha=90^\circ, m=2, s=10 \text{ cm, } a_s^{(1)} = 0.15 \text{ cm}^2$$

$$\text{usvaja se } \text{Ø}6 (a_s^{(1)} = 0.28 \text{ cm}^2)$$

$$\text{UØ}6/10 \left(\frac{A_{sw}}{s} = 0.056 \text{ cm}^2 \right)$$

$$V_{Ed}^{B^{desno}} = 114.122 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,c} = 81.37 \text{ kN (zategnuta armatura } 8\text{Ø}14)$$

$$V_{Rd,c,min} = 55.68 \text{ kN}$$

$$V_{Ed}^{B^{desno}} = 114.122 \text{ kN} \geq 81.37 \text{ kN, potrebno je osiguranje uzengijama}$$

$$\text{za } \theta=21.8^\circ, \frac{A_{sw}}{s} = 0.0282 \text{ cm}^2$$

$$\alpha=90^\circ, m=2, s=10 \text{ cm, } a_s^{(1)} = 0.14 \text{ cm}^2$$

$$\text{usvaja se } \text{Ø}6 (a_s^{(1)} = 0.28 \text{ cm}^2)$$

$$\text{UØ}6/10 \left(\frac{A_{sw}}{s} = 0.056 \text{ cm}^2 \right)$$

Linija zatežućih sila

$$F_s = \frac{M_{Ed}}{z} = \frac{M_{Ed}}{\zeta \cdot d}$$

Pomeranje linije zatežućih sila zbog ΔF_{td}

za vrednosti:

- u polju ($z = 39.55\text{cm}$)

$a_l = d = 45\text{cm}$, na mestima gde nije potrebno osiguranje

$$a_l = \frac{z \cdot (\text{ctg}\theta - \text{ctg}\alpha)}{2} = 49.45\text{cm}, \text{ na mestima gde je potrebno osiguranje}$$

- kod oslonca ($z = 40.14\text{cm}$)

$a_l = d = 45\text{cm}$, na mestima gde nije potrebno osiguranje

$$a_l = \frac{z \cdot (\text{ctg}\theta - \text{ctg}\alpha)}{2} = 50.18\text{cm}, \text{ na mestima gde je potrebno osiguranje}$$

Nosivost jedne armaturne šipke

$$F_s^{(1)} = a_s^{(1)} \cdot f_{yd}$$

$$\text{za } \emptyset 14 \quad F_s^{(1)} = 1.54\text{cm}^2 \cdot 43.48\text{kN/m}' = 66.96\text{kN}$$

Nosivost usvojenih šipki

$$\text{za } 8\emptyset 14, \quad 8 \cdot F_s^{(1)} = 8 \cdot 1.54\text{cm}^2 \cdot 43.48\text{kN/m}' = 8 \cdot 66.96\text{kN} = 535.44\text{kN}$$

$$535.44\text{kN} \geq F_{s,\max} = \begin{cases} \frac{209.402 \cdot 10^2 \text{kNcm}}{39.555\text{cm}} = 529.39\text{kN}, \text{ polje} \\ \frac{190.365 \cdot 10^2 \text{kNcm}}{40.14\text{cm}} = 474.25\text{kN}, \text{ oslonac} \end{cases}$$

Određivanje dužine sidrenja

(vežbe br. 2)

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} \geq l_{b,\min} > \begin{cases} \max \begin{cases} 0,3l_{b,rqd} \\ 10\emptyset \\ 100\text{mm} \end{cases} & \text{(za ankerovanje zategnute armature)} \\ \max \begin{cases} 0,6l_{b,rqd} \\ 10\emptyset \\ 100\text{mm} \end{cases} & \text{(za ankerovanje pritisnute armature)} \end{cases}$$

$$l_{b,rqd} = \frac{\sigma_{sd}}{4 \cdot f_{bd}}$$

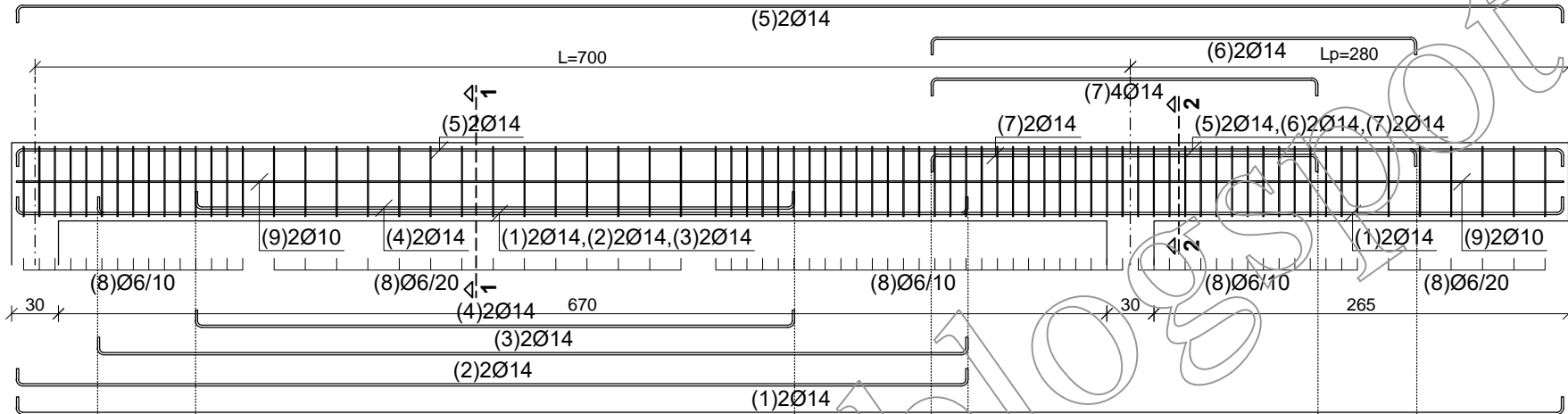
$$f_{bd} = 2,25 \eta_1 \eta_2 f_{ctd}$$

$$f_{ctd} = \frac{\alpha_{ct} f_{ctk,0.05}}{\gamma_c}$$

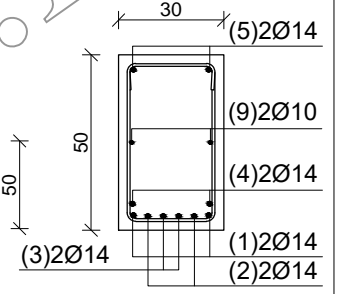
x/L	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1	1.1	1.2	1.3	1.4	
x	0	0.7	1.4	2.1	2.8	3.5	4.2	4.9	5.6	6.3	7	7	7.7	8.4	9.1	9.8	
xp'/Lp												1	0.75	0.5	0.25	0	
xp'												2.8	2.1	1.4	0.7	0	
MEd	0	88.044	152.292	192.745	209.402	202.263	171.329	116.599	38.073	-64.248	-190.36	-190.36	-107.08	-47.591	-11.898	0	
VEd	142.774	108.78	74.786	40.793	6.799	-27.195	-61.189	-95.183	-129.18	-163.17	-197.16	135.975	101.981	67.988	33.994	0	
μEs	0	0.08525	0.14746	0.18663	0.20276	0.19585	0.1659	0.1129	0.03687	0.06221	0.18433	0.18433	0.10368	0.04608	0.01152	0	
εc	0	2.695	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.49	1.465	2.09	3.5	3.5	3.215	1.69	0.74	0	
εs1	-20	-20	-14.13	-10.06	-8.83	-9.33	-11.98	-20	-20	-20	-10.25	-10.25	-20	-20	-20	-20	
ω	0	0.089	0.161	0.209	0.23	0.221	0.183	0.12	0.038	0.064	0.206	0.206	0.11	0.047	0.012	0	
As1	0	4.698	8.498	11.032	12.141	11.665	9.66	6.334	2.006	3.378	10.874	10.874	5.806	2.481	0.633	0	
Ved,rač.	120.921	108.78	74.786	40.793	6.799	-27.195	-61.189	-95.183	-129.18	-163.17	-175.31	114.122	101.981	67.988	33.994	0	
Ved,rač.>VRd,c?	Da	Da	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne	Da	Da	Da	Da	Da	Da	Da	Ne	Ne	Ne
θ	21.8	21.8	-	-	-	-	-	21.8	21.8	21.8	21.8	21.8	21.8	21.8	-	-	-
ctgθ	2.5002	2.5002	-	-	-	-	-	2.5002	2.5002	2.5002	2.5002	2.5002	2.5002	2.5002	-	-	-
ΔFtd	151.162	135.985	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	118.987	161.482	203.977	219.154	142.663	127.485	0.000	0.000	0.000	
ΔAs1	3.477	3.128	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	2.737	3.714	4.691	5.041	3.281	2.932	0.000	0.000	0.000	
Ftd,p=MEd/zp	0	221.829	383.704	485.626	527.594	509.607	431.668	293.774	95.926	-161.87							
Ftd,o=MEd/zo									94.638	-159.70	-473.19	-473.19	-266.17	-118.29	-29.575	0	
al,p	49.616	49.616	45	45	45	45	45	49.616	49.616	49.616							
al,o									50.291	50.291	50.291	50.2911	50.291	45	45	45	

tbk-bk-ins

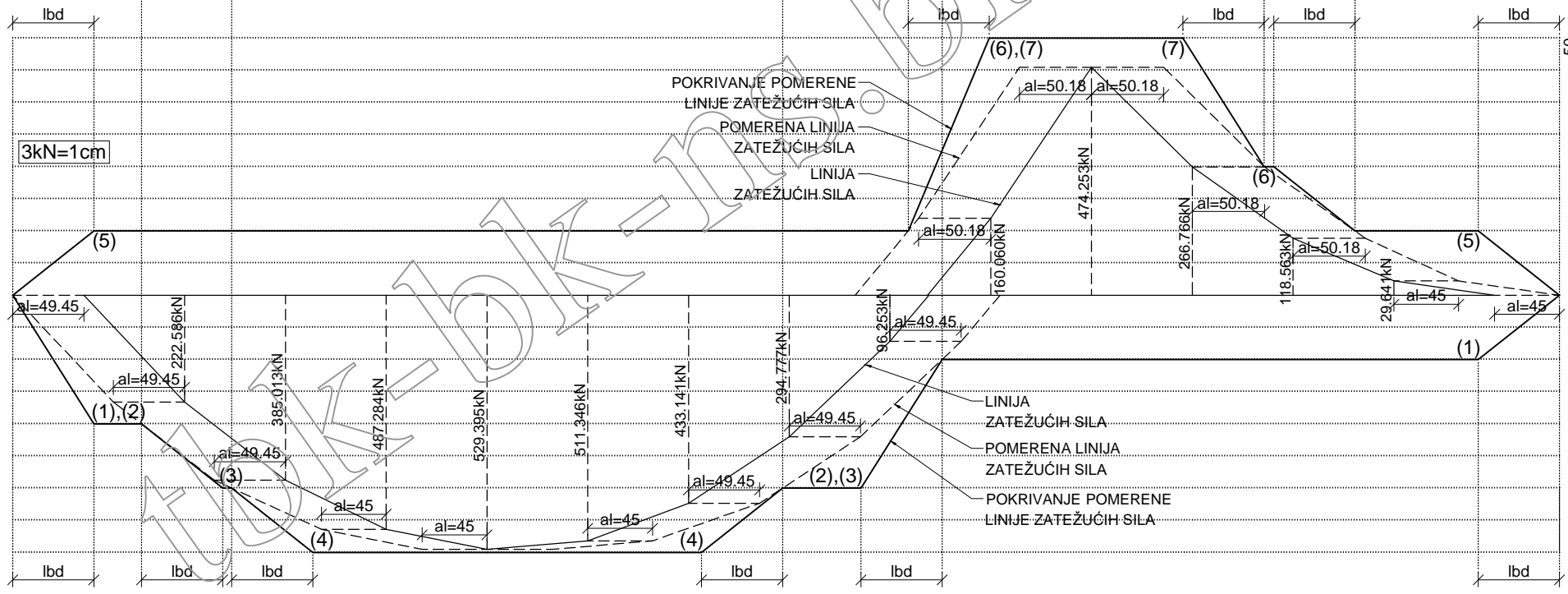
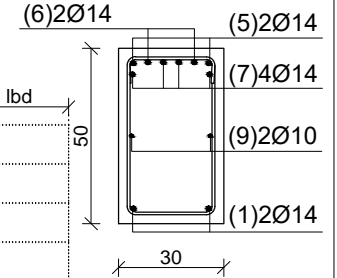
POS G1
IZGLED



POS G1
PRESEK 1-1



POS G1
PRESEK 2-2



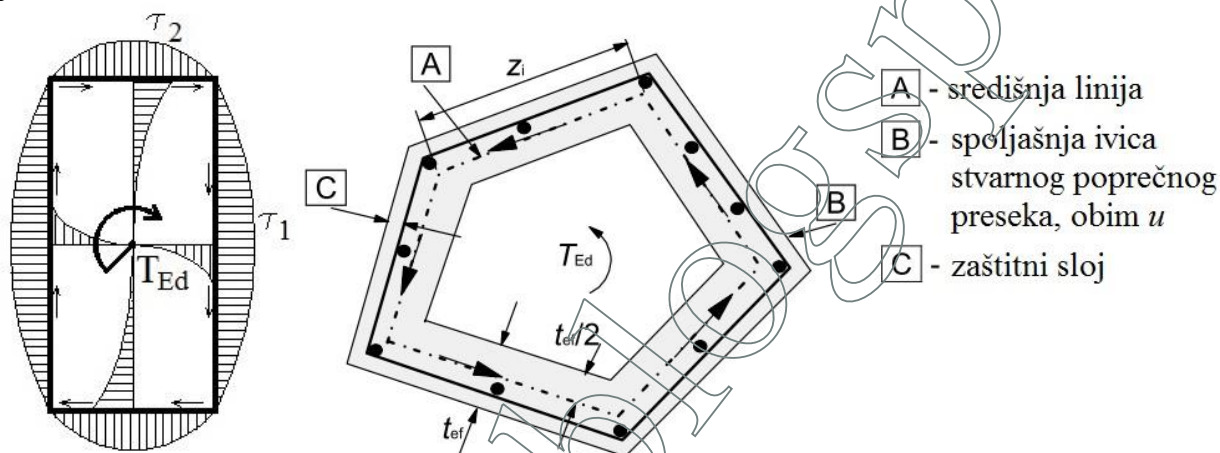
TEORIJA BETONSKIH KONSTRUKCIJA 1

vežbe br. 10 (2 časa)

PRORAČUN PRESEKA ZA GRANIČNE UTICAJE T_{Ed}

Torzija nastaje usled dejstva momenta T_{Ed} oko podužne ose nosača. Obrtanje koje nastaje usled torzije izaziva smičuće napone u nosaču, Slika 1.

Pun presek se aproksimira ekvivalentnim sandučastim tankozidnim presekom, debljine t_{ef} , Slika 1. Za preseke sa unutrašnjim otvorima ekvivalentna debljina zida ne treba da bude veća od stvarne debljine zida.



Slika 1. Smičući naponi od torzije (levo) i zamenjujući tankozidni presek (desno)

Napon smicanja u zidu preseka koji je izložen momentu čiste torzije može da se sračuna prema izrazu

$$\tau_{t,i} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot t_{ef,i}}$$

Sila smicanja $V_{Ed,i}$ u zidu i od torzije iznosi

$$V_{Ed,i} = \tau_{t,i} \cdot t_{ef,i} \cdot z_i$$

gde je:

T_{Ed} proračunski moment torzije,

A_k površina zatvorena središnjim linijama obimnih zidova, uključujući i površine unutrašnjih otvora,

$\tau_{t,i}$ napon smicanja od torzije u zidu i ,

$t_{ef,i}$ efektivna debljina zida. Može da se uzme da je jednaka A/u , ali ne treba da je manja od dvostrukog rastojanja između spoljašnje ivice i težišta podužne armature. Za preseke sa otvorima gornja granica je stvarna debljina zida,

A ukupna površina poprečnog preseka unutar spoljašnjeg obima, uključujući i površine unutrašnjih otvora,

u spoljašnji obim poprečnog preseka,

z_i dužina zida i u poprečnom preseku, definisana rastojanjem između presečnih tačaka središnjih linija susjednih zidova.

Potrebna površina preseka poprečne armature za torziju A_{sw} može da se sračuna iz izraza:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot f_{ywd} \cdot ctg\theta}$$

Potrebna površina preseka podužne armature za torziju ΣA_{sl} određuje se iz izraza:

$$\frac{\Sigma A_{sl} \cdot f_{yd}}{u_k} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k} \cdot ctg\theta$$

gde je:

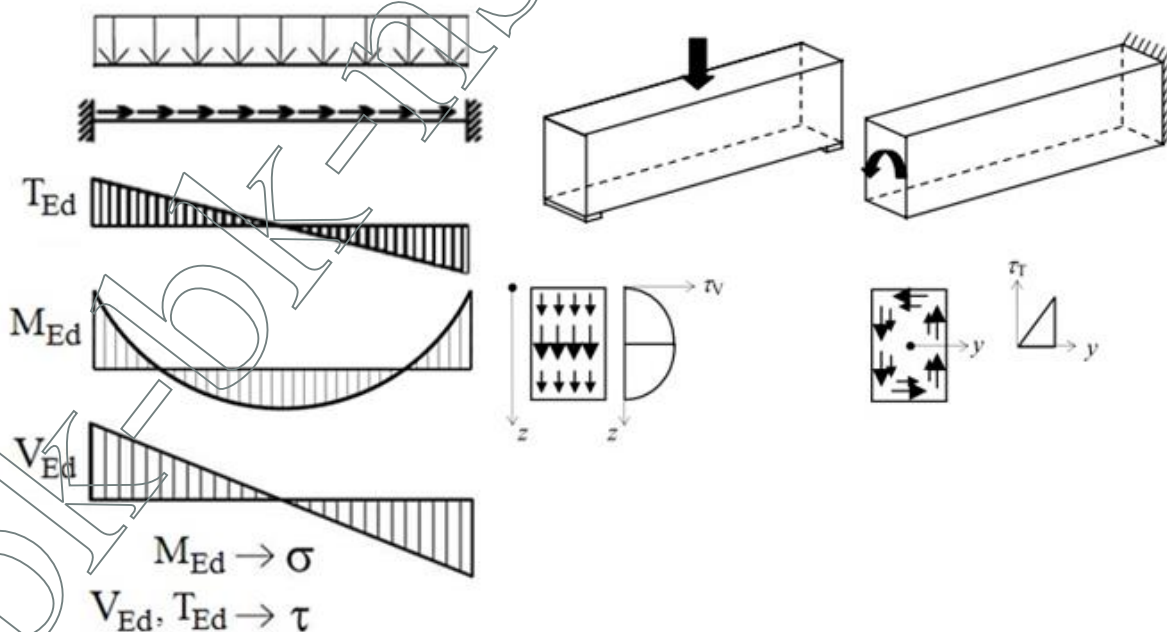
- u_k obim površine A_k ,
- f_{yd} proračunska granica razvlačenja podužne armature,
- θ ugao pritisnutih štapova, $1 \leq ctg\theta \leq 2.5$.

U pritisnutim pojasevima podužna armatura može se smanjiti srazmerno sili pritiska koja deluje u pojasu.

U zategnutim pojasevima podužna armatura za torziju treba da se doda ostaloj armaturi. Podužna armatura treba da se rasporedi po dužini stranice zida u poprečnom preseku z_i , a za manje preseke može da bude i koncentrisana na krajevima dužine zida.

Osiguranje od V_{Ed} i T_{Ed}

Uticaji od transverzalnih sila i momenata torzije za preseke sa otvorima i za pune elemente mogu da se superponiraju, Slika 2, pretpostavljajući isti nagib pritisnutih štapova θ . Granične vrednosti važe za θ , $1 \leq ctg\theta \leq 2.5$, i za slučaj kombinovanog smicanja i torzije.



Slika 2. Kombinovano dejstvo transverzalnih sila i momenata torzije

Maksimalna nosivost elementa izloženog dejstvu torzije i poprečnih sila ograničena je kapacitetom nosivosti pritisnutih štapova. Mora biti zadovoljen uslov:

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} \leq 1.0$$

gde je :

T_{Ed} proračunski moment torzije,

V_{Ed} proračunska vrednost transverzalne sile,

$T_{Rd,max}$ proračunska nosivost pri momentu torzije, prema:

$$T_{Rd,max} = 2 \cdot v \cdot \alpha_{cw} \cdot f_{cd} \cdot A_k \cdot t_{ef,i} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta,$$

$V_{Rd,max}$ maksimalna proračunska nosivost pri smicanju, prema izrazima:

$$V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{\text{ctg} \theta + \text{tg} \theta} \text{ (vertikalna poprečna armatura)}$$

$$\text{ili} \quad V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot (\text{ctg} \theta + \text{ctg} \alpha)}{1 + \text{ctg}^2 \theta} \text{ (kosa poprečna armatura).}$$

U poprečnim presecima bez otvora pri određivanju $V_{Rd,max}$ može da se koristi puna širina rebra.

Za približno pravougaone pune preseke potrebna je samo minimalna armatura pod uslovom da je zadovoljen odnos:

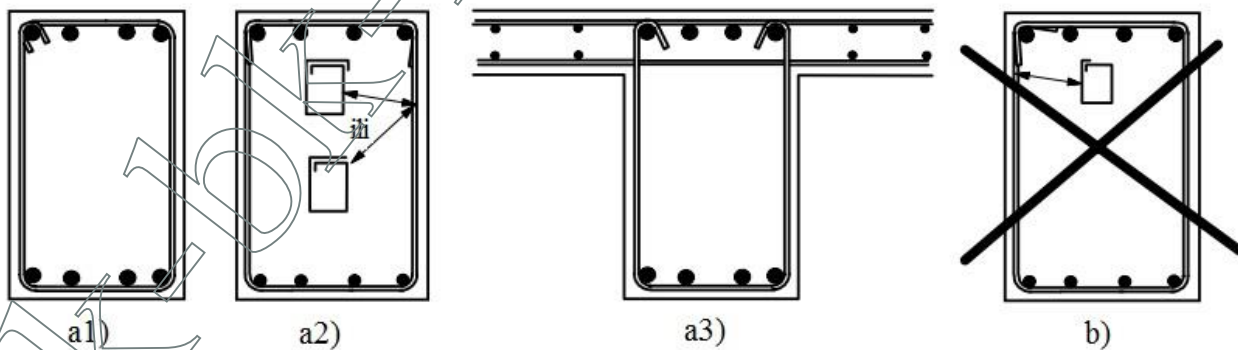
$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,c}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}} \leq 1.0$$

gde je:

$T_{Rd,c}$ moment torzije pri kojem nastaju prsline, koji može da se odredi iz uslova $\tau_{t,i} = f_{ctd}$,

$V_{Rd,c}$ proračunska nosivost pri smicanju elementa u kojem nije potrebna armatura za smicanje.

Torzione uzengije treba da budu zatvorene i ankerovane preklapanjem ili polukružnim kukama na krajevima, Slika 3. Treba da budu pod uglom od 90° u odnosu na osu konstrukcijskog sistema.



Preporučeni oblici

Oblik koji se ne preporučuje

Za varijantu a2) (donja skica), gornja stranica uzengije treba da ima potrebnu dužinu za nastavljajanje preklapanjem

Slika 3. Primeri oblika torzionih uzengija

Koeficijent armature za smicanje (odnos površine armature za smicanje i površine betona), dobija se prema izrazu:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w \cdot \sin \alpha}$$

gde je:

- ρ_w koeficijent armature za smicanje $\geq \rho_{w,\min}$
- A_{sw} površina armature za smicanje na dužini s ,
- s međusobno rastojanje armature za smicanje, mereno duž podužne ose elementa,
- b_w širina rebra elementa.

Vrednost $\rho_{w,\min}$ za grede $\rho_{w,\min} = \frac{(0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}})}{f_{yk}}$

Maksimalno podužno rastojanje između elemenata armature za smicanje ne treba da bude veće od

$$s_{lw} \leq \begin{cases} \frac{u}{8} \\ \text{prema tabeli 1} \\ \text{manje dimenzije poprečnog preseka} \end{cases}$$

Podužne šipke po obimu preseka treba rasporediti tako da bar jedna šipka bude u svakom uglu, a da su ostale šipke uniformno raspoređene duž unutrašnje konture uzengija, na međusobnom rastojanju koje nije veće od 350mm.

Tabela 1. Maksimalno podužno rastojanje između elemenata armature za smicanje

	Proračunska vrednost sile smicanja V_{Ed}^*	Klase čvrstoće betona	
		$\leq C 50/60$	$> C 50/60$
1.	$V_{Ed} \leq 0.3V_{Rd,max}$	$0.75 d^{**}) \leq 300 \text{ mm}$	$0.75 d \leq 200 \text{ mm}$
2.	$0.3V_{Rd,max} \leq V_{Ed} \leq 0.6V_{Rd,max}$	$0.55 d \leq 300 \text{ mm}$	$0.55 d \leq 200 \text{ mm}$
3.	$V_{Ed} \leq 0.6V_{Rd,max}$	$0.3 d \leq 200 \text{ mm}$	

* $V_{Rd,max}$ može da se odredi pojednostavljeno sa $\theta = 40^\circ$ ($\cot \theta = 1,2$).

** Za grede kod kojih je $h < 200 \text{ mm}$ i $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$ rastojanje ne mora da bude manje od 150 mm.

PRIMER BR. 1

Izvršiti osiguranje grede pravougaonog poprečnog preseka $b/h = 30/80$ cm od graničnog momenta torzije $T_{Ed} = 70\text{kNm}$.

$$C30/37 \Rightarrow f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c = 0.85 \cdot 30 / 1.5 = 17\text{MPa} = 1.7\text{kN/cm}^2$$

$$B500B \Rightarrow \sigma_{sl} = f_{yk} / \gamma_s = 500 / 1.15 = 434.78\text{MPa} = 43.48\text{kN/cm}^2$$

Provera $T_{Ed} \leq T_{Rd,c}$

Za $\tau_{t,i} = f_{ctd}$,

$$T_{Rd,c} = 2 \cdot A_k \cdot t_{ef,i} \cdot f_{ctd}$$

$$f_{ctd} = \frac{\alpha_{ct} \cdot f_{ctk,0.05\%}}{\gamma_c} = \frac{1.0 \cdot 2.0\text{MPa}}{1.5} = 1.33\text{MPa}$$

$$A = b_w \cdot h = 30\text{cm} \cdot 80\text{cm} = 2400\text{cm}^2$$

$$u = 2 \cdot (b_w + h) = 2 \cdot (30\text{cm} + 80\text{cm}) = 220\text{cm}$$

$$t_{ef} = \frac{A}{u} = \frac{2400\text{cm}^2}{220\text{cm}} = 10.91\text{cm} > 2 \cdot d_1 = 2 \cdot 5\text{cm} = 10\text{cm}$$

$$A_k = (b_w - t_{ef}) \cdot (h - t_{ef}) = (30\text{cm} - 10.91\text{cm}) \cdot (80\text{cm} - 10.91\text{cm}) = 1319.01\text{cm}^2$$

$$T_{Rd,c} = 2 \cdot A_k \cdot t_{ef,i} \cdot f_{ctd} = 3837.11\text{kNcm} = 38.37\text{kNm}$$

$T_{Ed} = 70\text{kNm} \geq T_{Rd,c} = 38.37\text{kNm}$, Potrebna je proračunska armatura za smicanje

Poprečna (vertikalna) armatura za smicanje, $\alpha = 90^\circ$

T_{Rd} – nosivost pri smicanju jednaka je manjoj od sledeće dve vrednosti:

$$T_{Rd} = \min \begin{cases} T_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 2 \cdot A_k \cdot f_{ywd} \cdot \text{ctg} \theta \\ T_{Rd,max} = 2 \cdot v \cdot \alpha_{cw} \cdot f_{cd} \cdot A_k \cdot t_{ef,i} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \end{cases}$$

za $T_{Ed} = T_{Rd,max}$

$$\alpha_{cw} = 1$$

$$v_1 = 0.6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0.6 \cdot \left(1 - \frac{30}{250}\right) = 0.528$$

$$\theta = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{T_{Ed}}{v \cdot \alpha_{cw} \cdot f_{cd} \cdot A_k \cdot t_{ef}}\right) = 16.41^\circ$$

pravilo $21.8^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$

usvaja se $\theta = 21.8^\circ$

$$\text{ctg} \theta = 2.5002, \quad \text{tg} \theta = 0.4, \quad \sin \theta = 0.37137, \quad \cos \theta = 0.92848$$

$$T_{Ed} = 70\text{kNm} \leq T_{Rd,max} = 2 \cdot v \cdot \alpha_{cw} \cdot f_{cd} \cdot A_k \cdot t_{ef,i} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta = 8907.689\text{kNcm} = 89.08\text{kNm}$$

$$T_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 2 \cdot A_k \cdot f_{ywd} \cdot ctg\theta$$

za $T_{Ed} = T_{Rd,s}$

$$\frac{A_{sw,pot}}{s} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot f_{ywd} \cdot ctg\theta} = \frac{70 \cdot 10^2 \text{ kNcm}}{2 \cdot 1319.01 \text{ cm}^2 \cdot 43.48 \text{ kN/cm}^2 \cdot 2.5002} = 0.0244 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

$$\frac{A_{sw,min}}{s} = \rho_{w,min} \cdot b_w = \frac{(0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}})}{f_{yk}} \cdot b_w = \frac{(0.08 \cdot \sqrt{30})}{500} \cdot 30 = 0.0263 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

kako je $0.0244 \text{ cm}^2/\text{cm} < 0.0263 \text{ cm}^2/\text{cm} \Rightarrow \frac{A_{sw,pot}}{s} = 0.0263 \text{ cm}^2/\text{cm}$

$$s_{l,max} = 0.75 \cdot d \cdot (1 + ctg\alpha) = 0.75 \cdot d = 0.75 \cdot 75 = 56.25 \text{ cm}$$

usvaja se $s=15 \text{ cm}$

$$\frac{m \cdot a_s^{(1)}}{s} = 0.0263 \text{ cm}^2/\text{cm} \Rightarrow a_s^{(1)} = \frac{0.0263 \cdot 15}{1} = 0.395 \text{ cm}^2$$

usvaja se UØ8 ($a_s^{(1)} = 0.5 \text{ cm}^2$)

usvaja se UØ8/15cm $\left(\frac{A_{sw}}{s} = 0.0333 \text{ cm}^2/\text{cm} > \frac{A_{sw,pot}}{s} = \frac{A_{sw,min}}{s} = 0.0263 \text{ cm}^2/\text{cm} \right)$

Podužna armatura

$$\sum A_{sl} = \frac{T_{Ed} \cdot u_k}{2 \cdot A_k \cdot f_{yd}} \cdot ctg\theta$$

$$u_k = 2 \cdot ((b_w - t_{ef}) + (h - t_{ef})) = 2 \cdot ((30 \text{ cm} - 10.91 \text{ cm}) + (80 \text{ cm} - 10.91 \text{ cm})) = 176.363 \text{ cm}$$

$$\sum A_{sl} = \frac{70 \cdot 10^2 \text{ kNcm} \cdot 176.363 \text{ cm}}{2 \cdot 1319.01 \text{ cm}^2 \cdot 43.48 \text{ kN/cm}^2 \cdot 2.5002} = 26.91 \text{ cm}^2$$

$$\frac{a_{sl}^{(1)}}{s_l} = \frac{\sum A_{sl}}{u_k} \Rightarrow s_l = \frac{u_k \cdot a_{sl}^{(1)}}{\sum A_{sl}}$$

Za Ø14, $a_{sl}^{(1)} = 1.54 \text{ cm}^2$

$$s_l = \frac{176.363 \text{ cm}}{26.91 \text{ cm}^2} \cdot 1.54 \text{ cm}^2 = 10.092 \text{ cm} < 35 \text{ cm}$$

$$n = \frac{\sum A_{sl}}{a_{sl}^{(1)}} = \frac{26.91 \text{ cm}^2}{1.54 \text{ cm}^2} = 17.47 \approx 18 \text{ kom}$$

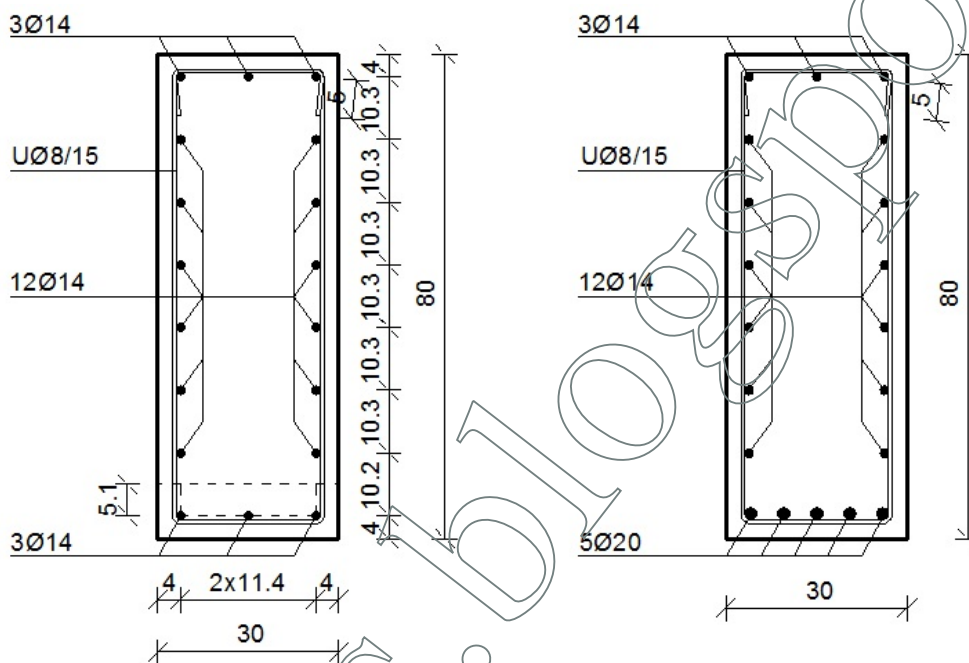
Deo podužne torzione armature koji se sabira sa armaturom od savijanja (pret. donja zona je zategnuta sa potrebnom $A_{sav} = 10.0 \text{ cm}^2$)

$$\Delta A_{sl} = \frac{\Delta u_k}{u_k} \cdot \sum A_{sl} = \frac{22\text{cm} + 2 \cdot 5.14\text{cm}}{176.363\text{cm}} \cdot 26.91\text{cm}^2 = 4.93\text{cm}^2$$

Ukupna armatura u donjoj zoni je

$$A_{s1} = A_{sav} + \Delta A_{sl} = 10.0\text{cm}^2 + 4.93\text{cm}^2 = 14.93\text{cm}^2$$

usvaja se 5Ø20 ($A_{s1} = 15.71\text{cm}^2$)



PRIMER BR. 2

Izvršiti osiguranje grede pravougaonog poprečnog preseka $b/h = 35/80$ cm od granične transverzalne sile $V_{Ed} = 360\text{kN}$ i graničnog momenta torzije $T_{Ed} = 70\text{kNm}$.

$$C30/37 \Rightarrow f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c = 0.85 \cdot 30 / 1.5 = 17\text{MPa} = 1.7\text{kN/cm}^2$$

$$B500B \Rightarrow \sigma_{sl} = f_{yk} / \gamma_s = 500 / 1.15 = 434.78\text{MPa} = 43.48\text{kN/cm}^2$$

Provera $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d$$

$$C_{Rd,c} = 0.18 / \gamma_c = 0.18 / 1.5 = 0.12$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{75}} = 1.52 \leq 2.0$$

za 3Ø20, $A_{sl} = 9.42\text{cm}^2$ (podužna zategnuta armatura kod oslonca)

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} = \frac{9.42}{35 \cdot 75} = 0.0036 \leq 0.02$$

$$f_{ck} = 30.0 \text{ MPa}$$

$$k_1 = 0.15$$

$$\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c = 0$$

$$V_{Rd,c} = \left[0.12 \cdot 1.52 \cdot (100 \cdot 0.0036 \cdot 30 \text{ MPa})^{1/3} + 0.15 \cdot 0 \right] \cdot 350 \text{ mm} \cdot 750 \text{ mm}$$

$$V_{Rd,c} = 105490.023 \text{ N} = 105.49 \text{ kN} \geq V_{Rd,c,\min}$$

$$V_{Rd,c,\min} = (v_{\min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d$$

$$v_{\min} = 0.035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0.035 \cdot 1.52^{3/2} \cdot 30^{1/2} = 0.358$$

$$V_{Rd,c,\min} = (0.358 + 0.15 \cdot 0) \cdot 350 \text{ mm} \cdot 750 \text{ mm} = 93967.50 \text{ N}$$

$$V_{Rd,c,\min} = 93.97 \text{ kN}$$

Provera $T_{Ed} \leq T_{Rd,c}$

Za $\tau_{t,i} = f_{ctd}$,

$$T_{Rd,c} = 2 \cdot A_k \cdot t_{ef,i} \cdot f_{ctd}$$

$$f_{ctd} = \frac{\alpha_{ct} \cdot f_{ctk,0.05\%}}{\gamma_c} = \frac{1.0 \cdot 2.0 \text{ MPa}}{1.5} = 1.33 \text{ MPa}$$

$$A = b_w \cdot h = 35 \text{ cm} \cdot 80 \text{ cm} = 2800 \text{ cm}^2$$

$$u = 2 \cdot (b_w + h) = 2 \cdot (35 \text{ cm} + 80 \text{ cm}) = 230 \text{ cm}$$

$$t_{ef} = \frac{A}{u} = \frac{2800 \text{ cm}^2}{230 \text{ cm}} = 12.17 \text{ cm} > 2 \cdot d_1 = 2 \cdot 5 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$

$$A_k = (b_w - t_{ef}) \cdot (h - t_{ef}) = (35 \text{ cm} - 12.17 \text{ cm}) \cdot (80 \text{ cm} - 12.17 \text{ cm}) = 1548.20 \text{ cm}^2$$

$$T_{Rd,c} = 2 \cdot A_k \cdot t_{ef,i} \cdot f_{ctd} = 5026.05 \text{ kNcm} = 50.26 \text{ kNm}$$

Zajedničko delovanje V_{Ed} i T_{Ed}

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}} + \frac{T_{Ed}}{T_{Rd,c}} \leq 1.0$$

$$\frac{360 \text{ kN}}{105.49 \text{ kN}} + \frac{70 \text{ kNm}}{50.26 \text{ kNm}} = 4.805 \geq 1.0 \Rightarrow \text{Potrebna je proračunska armatura za smicanje}$$

Maksimalna nosivost elementa određena je izrazom

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,\max}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,\max}} \leq 1.0$$

za $\theta_{\max} = 45^\circ$, $v_1 = 0.528$, $z \approx 0.9d = 0.9 \cdot 75 = 67.50 \text{ cm}$ (prema EC2 za $N_{Ed} = 0$), inače $z = h - t_{ef}$

$$V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot \nu_1 \cdot f_{cd}}{\operatorname{ctg} \theta + \operatorname{tg} \theta} = 1060.29 \text{ kN}$$

$$T_{Rd,max} = 2 \cdot \nu \cdot \alpha_{cw} \cdot f_{cd} \cdot A_k \cdot t_{ef,i} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta = 169.18 \text{ kNm}$$

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} \leq 1.0$$

$$\frac{360 \text{ kN}}{1060.29 \text{ kN}} + \frac{70 \text{ kNm}}{169.18 \text{ kNm}} = 0.753 \leq 1.0$$

Usvaja se zajednička vertikalna armatura za smicanje, $\alpha=90^\circ$, $z = h - t_{ef}$,

zamenjujuće transverzalna sila V_{Ed}^* pomoću koje se može odrediti potrebna količina vertikalne armature u jednom "zidu"

$$V_{Ed}^* = \frac{V_{Ed}}{2} + \frac{T_{Ed} \cdot z}{2 \cdot A_k} = 333.333 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,max} = V_{Ed}^* = \frac{\alpha_{cw} \cdot t_{ef} \cdot z \cdot \nu_1 \cdot f_{cd}}{\operatorname{ctg} \theta + \operatorname{tg} \theta} \text{ aproksimativno } b_w = t_{ef}$$

$$\alpha_{cw} = 1, \nu = \nu_1 = 0.528,$$

$$z = 0.9d \text{ (prema EC2, za } N_{Ed} = 0)$$

$$\theta = \frac{1}{2} \arcsin \frac{T_{Ed} \cdot z \cdot b_w + 2 \cdot V_{Ed} \cdot A_k \cdot t_{ef}}{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot \nu_1 \cdot f_{cd} \cdot A_k \cdot t_{ef}} = 9.16^\circ$$

pravilo $21.8^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$

usvaja se $\theta = 21.8^\circ$

$$\operatorname{ctg} \theta = 2.5002, \operatorname{tg} \theta = 0.4$$

$$V_{Ed}^* = 333.333 \text{ kN} \leq V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot \nu_1 \cdot f_{cd}}{(\operatorname{ctg} \theta + \operatorname{tg} \theta)} = \frac{1.0 \cdot 35 \cdot 0.9 \cdot 75 \cdot 0.528 \cdot 1.7}{(2.5002 + 0.4)} = 731.184 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \operatorname{ctg} \theta \text{ (opšta formula)}$$

za jedan "zid" u preseku

$$\text{za } V_{Rd,s} = V_{Ed}^*$$

$$\frac{A_{sw,pot}}{s} = \frac{V_{Ed}^*}{z \cdot f_{ywd} \cdot \operatorname{ctg} \theta} = \frac{333.333 \text{ kN}}{0.9 \cdot 75 \cdot 43.48 \cdot 2.5002} = 0.0454 \text{ cm}^2/\text{cm} \geq \frac{A_{sw,min}}{s} = 0.0263 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

Podužno rastojanje uzengija mora biti manje od:

$$- u/8 = 220/8 = 27.5 \text{ cm}$$

$$- \frac{V_{Ed}^*}{V_{Rd,max}} = \frac{333.333}{731.184} = 0.46 \rightarrow s_{l,max} = 0.55 \cdot d \cdot (1 + \operatorname{ctg} \alpha) = 0.55 \cdot d = 0.55 \cdot 75 = 41.25 \text{ cm}$$

$$- b = 35 \text{ cm}$$

→ usvaja se $s=10\text{cm}$

$$\frac{m \cdot a_s^{(1)}}{s} = 0.0454 \text{ cm}^2/\text{cm} \Rightarrow a_s^{(1)} = \frac{0.0454 \cdot 10}{1} = 0.454 \text{ cm}^2$$

usvaja se UØ8 ($a_s^{(1)} = 0.50 \text{ cm}^2$)

$$\text{usvaja se UØ8/10cm, } \left(\frac{A_{sw}}{s} = 0.05 \text{ cm}^2/\text{cm} > \frac{A_{sw,pot}}{s} = 0.0454 \text{ cm}^2/\text{cm} \right)$$

Podužna armatura od poprečne sile

$$\Delta F_{td} = 0.5 \cdot V_{Ed} \cdot (ctg\theta - ctg\alpha)$$

$$\Delta F_{td} = 0.5 \cdot 360 \text{ kN} \cdot (2.5002 - 0) = 450.036 \text{ kN}$$

$$A_{\Delta F_{td}} = \frac{\Delta F_{td}}{\sigma_{s1}} = \frac{450.036}{43.48} = 10.35 \text{ cm}^2$$

Armatura u horizontalnom delu preseka samo usled torzije (horizontalne nožice uzengije)

$$\frac{A_{sw,pot}}{s} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot f_{yd} \cdot ctg\theta} = \frac{70 \cdot 10^2 \text{ kNcm}}{2 \cdot 1548.20 \text{ cm}^2 \cdot 43.48 \text{ kN/cm}^2 \cdot 2.5002} = 0.0208 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

$$\text{kako je } 0.0208 \text{ cm}^2/\text{cm} < 0.0263 \text{ cm}^2/\text{cm} \Rightarrow \frac{A_{sw,pot}}{s} = \frac{A_{sw,min}}{s} = 0.0263 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

usvaja se $s=10\text{cm}$

$$\frac{m \cdot a_s^{(1)}}{s} = 0.0263 \text{ cm}^2/\text{cm} \Rightarrow a_s^{(1)} = \frac{0.0263 \cdot 10}{1} = 0.263 \text{ cm}^2$$

usvaja se UØ8 ($a_s^{(1)} = 0.50 \text{ cm}^2$)

$$\text{usvaja se UØ8/10cm, } \left(\frac{A_{sw}}{s} = 0.05 \text{ cm}^2/\text{cm} > \frac{A_{sw,pot}}{s} = \frac{A_{sw,min}}{s} = 0.0263 \text{ cm}^2/\text{cm} \right)$$

Podužna armatura od torzije

$$\Sigma A_{sl} = \frac{T_{Ed} \cdot u_k}{2 \cdot A_k \cdot f_{yd}} \cdot ctg\theta$$

$$u_k = 2 \cdot ((b_w - t_{ef}) + (h - t_{ef})) = 2 \cdot ((35 \text{ cm} - 12.17 \text{ cm}) + (80 \text{ cm} - 12.17 \text{ cm})) = 181.304 \text{ cm}$$

$$\Sigma A_{sl} = \frac{70 \cdot 10^2 \text{ kNcm} \cdot 181.304 \text{ cm}}{2 \cdot 1548.2 \text{ cm}^2 \cdot 43.48 \text{ kN/cm}^2} \cdot 2.5002 = 23.57 \text{ cm}^2$$

$$\frac{a_{sl}^{(1)}}{s} = \frac{\Sigma A_{sl}}{u_k} \Rightarrow s_l = \frac{u_k}{\Sigma A_{sl}} \cdot a_{sl}^{(1)}$$

$$\text{Za } \varnothing 16, a_{sl}^{(1)} = 2.01 \text{ cm}^2$$

$$s_l = \frac{181.304 \text{ cm}}{23.57 \text{ cm}^2} \cdot 2.01 \text{ cm}^2 = 15.46 \text{ cm} < 35 \text{ cm}$$

$$n = \frac{\sum A_{sl}}{a_{sl}^{(1)}} = \frac{23.57 \text{ cm}^2}{2.01 \text{ cm}^2} = 11.73 \approx 12 \text{ kom}$$

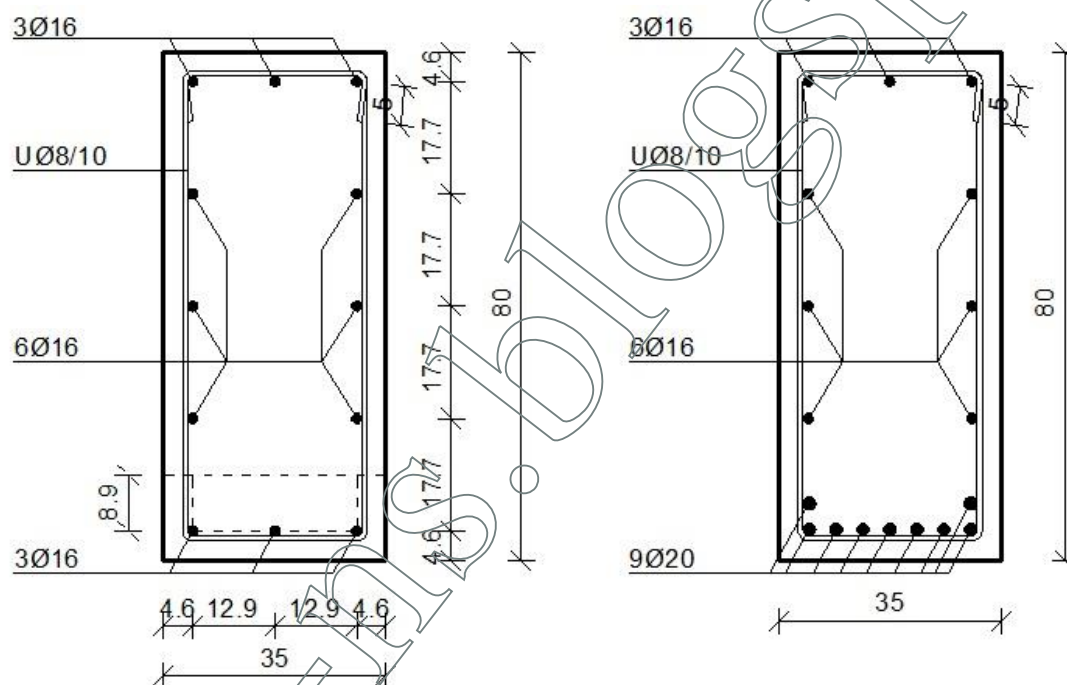
Deo podužne torzione armature koji se sabira sa armaturom od savijanja (pret. donja zona je zategnuta sa potrebnom $A_{sav}=10.0 \text{ cm}^2$)

$$\Delta A_{sl} = \frac{\Delta u_k}{u_k} \cdot \sum A_{sl} = \frac{2 \cdot 12.9 \text{ cm} + 2 \cdot 8.85 \text{ cm}}{181.304 \text{ cm}} \cdot 23.57 \text{ cm}^2 = 5.67 \text{ cm}^2$$

Ukupna armatura u donjoj zoni je

$$A_{s1} = A_{sav} + A_{\Delta F_{td}} + \Delta A_{sl} = 9.42 \text{ cm}^2 + 10.35 \text{ cm}^2 + 5.67 \text{ cm}^2 = 25.44 \text{ cm}^2$$

usvaja se 9Ø20 ($A_{s1} = 28.27 \text{ cm}^2$)



TEORIJA BETONSKIH KONSTRUKCIJA 1

vežbe br. 11 (2 časa)

DIMENZIONISANJE STUBOVA SA UVOĐENJEM IZVIJANJA

PRIMER BR. 1

Kontrolisati izvijanje stuba u ravni savijanja i dimenzionisati merodavni presek (nepomerljivi sistem; stub je deo hipotetičnog rama u kojem je krutost greda i stubova koji se susiće u posmatranom stubu ista).

$$N_{Ed} = 1000 \text{ kN}$$

$$M_{Ed2} = 100 \text{ kNm}$$

$$M_{Ed1} = 40 \text{ kNm}$$

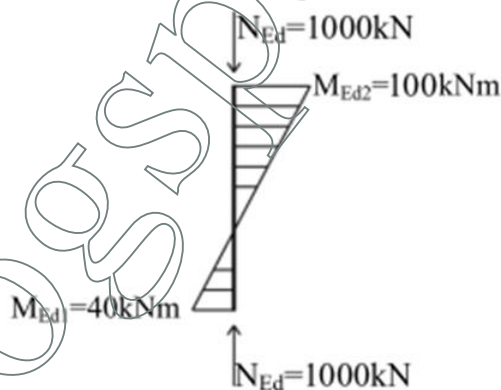
$$l = 8.5 \text{ m}$$

b/h = 30/30 cm (kvadratni presek)

$$C35/45 \Rightarrow f_{cd} = 0.85 \cdot 35 / 1.5 = 19.83 \text{ MPa} = 1.983 \text{ kN/cm}^2$$

$$B500B \Rightarrow f_{yd} = 500 / 1.15 = 434.78 \text{ MPa} = 43.478 \text{ kN/cm}^2$$

$$\varphi_{ef} = 0.87$$



Vitkost stuba λ

efektivna dužina izvijanja stuba l_0 (za ukružene sisteme)

$$l_0 = 0.5 \cdot l \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0.45 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0.45 + k_2}\right)} = (\text{koef. efektivne dužine izvijanja}) \cdot l$$

gde su:

k_1 i k_2 - relativna elastičnost uklještenja koja sprečavaju rotaciju na krajevima stuba 1 i 2.

$$k_{1,2} = \frac{EI_{stuba}}{\sum EI_{greda}} = \frac{(EI/l)_{stuba}}{\sum 2(EI/l)_{greda}} = \frac{(I/l)_{stuba}}{\sum 2(I/l)_{greda}}$$

za simetrične okvire sa rasponima približno jednakih dužina

$$k_{1,2} = \frac{EI_{stuba}}{\sum EI_{greda}} = \frac{(I/l)_{stuba}}{\sum 2(I/l)_{greda}} = \frac{(I/l)_{stuba}}{2 \cdot 2(I/l)_{greda}} = \frac{(I/l)_{stuba}}{4 \cdot (I/l)_{greda}}$$

Tabela 1. Koef. efektivne dužine izvijanja za ukružene konstrukcije

k_2	k_1										
	0.1	0.2	0.25	0.5	0.75	1	2	5	7.5	10	1000
0.1	0.591	0.622	0.633	0.672	0.693	0.707	0.733	0.753	0.758	0.760	0.769
0.2	0.622	0.654	0.666	0.706	0.729	0.743	0.771	0.792	0.797	0.800	0.809
0.25	0.633	0.666	0.679	0.720	0.743	0.757	0.785	0.807	0.812	0.815	0.824
0.5	0.672	0.706	0.720	0.763	0.787	0.803	0.833	0.855	0.861	0.864	0.873
0.75	0.693	0.729	0.743	0.787	0.813	0.829	0.859	0.883	0.889	0.892	0.901
1	0.707	0.743	0.757	0.803	0.829	0.845	0.876	0.900	0.906	0.909	0.919
2	0.733	0.771	0.785	0.833	0.859	0.876	0.908	0.933	0.939	0.943	0.953
5	0.753	0.792	0.807	0.855	0.883	0.900	0.933	0.959	0.965	0.969	0.979
7.5	0.758	0.797	0.812	0.861	0.889	0.906	0.939	0.965	0.972	0.975	0.986
10	0.760	0.800	0.815	0.864	0.892	0.909	0.943	0.969	0.975	0.978	0.989
1000	0.769	0.809	0.824	0.873	0.901	0.919	0.953	0.979	0.986	0.989	1.000

efektivna dužina izvijanja stuba l_0 (za neukružene sisteme)

$$l_0 = l \cdot \max \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{(1 + 10 \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2})} \\ (1 + \frac{k_1}{1 + k_1}) \cdot (1 + \frac{k_2}{1 + k_2}) \end{array} \right. = (\text{koef. efektivne dužine izvijanja}) \cdot l$$

Tabela 2. Koef. efektivne dužine izvijanja za neukružene konstrukcije

k_2	k_1										
	0.1	0.2	0.25	0.5	0.75	1	2	5	7.5	10	1000
0.1	1.225	1.291	1.309	1.455	1.558	1.636	1.818	2.000	2.053	2.083	2.181
0.2	1.291	1.414	1.453	1.558	1.667	1.750	1.944	2.139	2.196	2.227	2.332
0.25	1.309	1.453	1.500	1.633	1.714	1.800	2.000	2.200	2.259	2.291	2.399
0.5	1.455	1.558	1.633	1.871	2.000	2.082	2.236	2.444	2.510	2.545	2.665
0.75	1.558	1.667	1.714	2.000	2.179	2.299	2.541	2.743	2.796	2.824	2.915
1	1.636	1.750	1.800	2.082	2.299	2.449	2.769	3.055	3.134	3.177	3.315
2	1.818	1.944	2.000	2.236	2.541	2.769	3.317	3.910	4.097	4.203	4.578
5	2.000	2.139	2.200	2.444	2.743	3.055	3.910	5.099	5.568	5.859	7.124
7.5	2.053	2.196	2.259	2.510	2.796	3.134	4.097	5.568	6.205	6.622	8.686
10	2.083	2.227	2.291	2.545	2.824	3.177	4.203	5.859	6.622	7.141	10.000
1000	2.181	2.332	2.399	2.665	2.915	3.315	4.578	7.124	8.686	10.000	70.718

$$l_0 = 0.5 \cdot l \cdot \sqrt{(1 + \frac{k_1}{0.45 + k_1}) \cdot (1 + \frac{k_2}{0.45 + k_2})} = 0.679 \cdot 8.5 \text{ m} = 5.771 \text{ m}$$

$$i = \frac{b}{\sqrt{12}} = \frac{30}{\sqrt{12}} = 8.66 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{577.1}{30/\sqrt{12}} = 66.64$$

Provera $\lambda \leq \lambda_{lim}$

$$\lambda_{lim} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}}$$

$$A = \frac{1}{1 + 0.2 \cdot \varphi_{ef}} = \frac{1}{1 + 0.2 \cdot 0.87} = 0.85 \text{ (ako } \varphi_{ef} \text{ nije poznato, } A=0.7)$$

$B = 1.1$ ako nije poznata količina armature

$$C = 1.7 - r_m$$

$$r_m = \frac{M_{01}}{M_{02}} = \frac{-40 \text{ kNm}}{100 \text{ kNm}} = -0.4$$

$$C = 1.7 - (-0.4) = 2.1$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1000 \text{ kN}}{30 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 1.983 \text{ kN/cm}^2} = 0.560$$

$$\lambda_{lim} = \frac{20 \cdot 0.85 \cdot 1.1 \cdot 2.1}{\sqrt{0.560}} = 52.48$$

$\lambda = 66.64 > \lambda_{lim} = 52.48$. Treba uvesti izvijanje pri proračunu stuba

Moment prvog reda M_{0Ed}

$$M_{0Ed} \geq \begin{cases} 0.6 \cdot M_{02} + 0.4 \cdot M_{01} \\ 0.4 \cdot M_{02} \end{cases}$$

$$M_{0Ed} \geq \begin{cases} 0.6 \cdot 100 + 0.4 \cdot (-40) = 44 \text{ kNm} \\ 0.4 \cdot 100 = 40 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$M_{0Ed} = 44 \text{ kNm}$$

Početni ekscentricitet (imperfekcija ose stuba) e_i

$$e_i = \frac{l_0}{400} \text{ (za izdvojene stubove u sistemima koji su ukrućeni)}$$

$$e_i = \frac{577.1 \text{ cm}}{400} = 1.44 \text{ cm}$$

Moment imperfekcije

$$M_{Ed,i} = N_{Ed} \cdot e_i = 1000 \text{ kN} \cdot 1.44 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 14.4 \text{ kNm}$$

Ukupan moment prvog reda

$$M_{Ed}^I = M_{0Ed} + M_{Ed,i} = 44 \text{ kNm} + 14.4 \text{ kNm} = 58.4 \text{ kNm}$$

Metoda u kojoj se koristi nominalna krivina
Ekscentricitet e_2 na sredini dužine izvijanja

$$e_2 = 0.1 \cdot l_0^2 \cdot K_r \cdot K_\varphi \cdot \frac{1}{r_0},$$

$$\frac{1}{r_0} = \frac{\varepsilon_{yd}}{0.45 \cdot d}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{434.78 \text{ MPa}}{200 \cdot 10^3 \text{ MPa}} = 0.00217$$

$$K_\varphi = 1 + \beta \cdot \varphi_{ef} \geq 1$$

$$\beta = 0.35 + \frac{f_{ck}}{200} - \frac{\lambda}{150}$$

$$\beta = 0.35 + \frac{35}{200} - \frac{66.64}{150} = 0.0801$$

$$K_\varphi = 1 + 0.0801 \cdot 0.87 = 1.069 \geq 1$$

za pret. $d_1 = 6 \text{ cm}$

$d = h - d_1 = 24 \text{ cm}$

$$e_2 = 0.1 \cdot 577.1^2 \text{ cm}^2 \cdot K_r \cdot 1.069 \cdot \frac{0.00217}{0.45 \cdot 24 \text{ cm}} = 7.153 \text{ cm} \cdot K_r$$

Ukupan momenat drugog reda

$$M_{Ed}^{II} = N_{Ed} \cdot e_2 = 1000 \text{ kN} \cdot 7.153 \cdot K_r \cdot 10^{-2} \text{ m} = 71.53 \cdot K_r \text{ kNm}$$

$$\frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{ck}} = \frac{1000 \text{ kN}}{30 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 3.5 \text{ kN/cm}^2} = 0.317$$

K_r - korekcionni koeficijent koji zavisi od aksijalnog opterećenja, slike 1 i 2.

Prva procena momenta može se dobiti za pret. $K_r = 1$

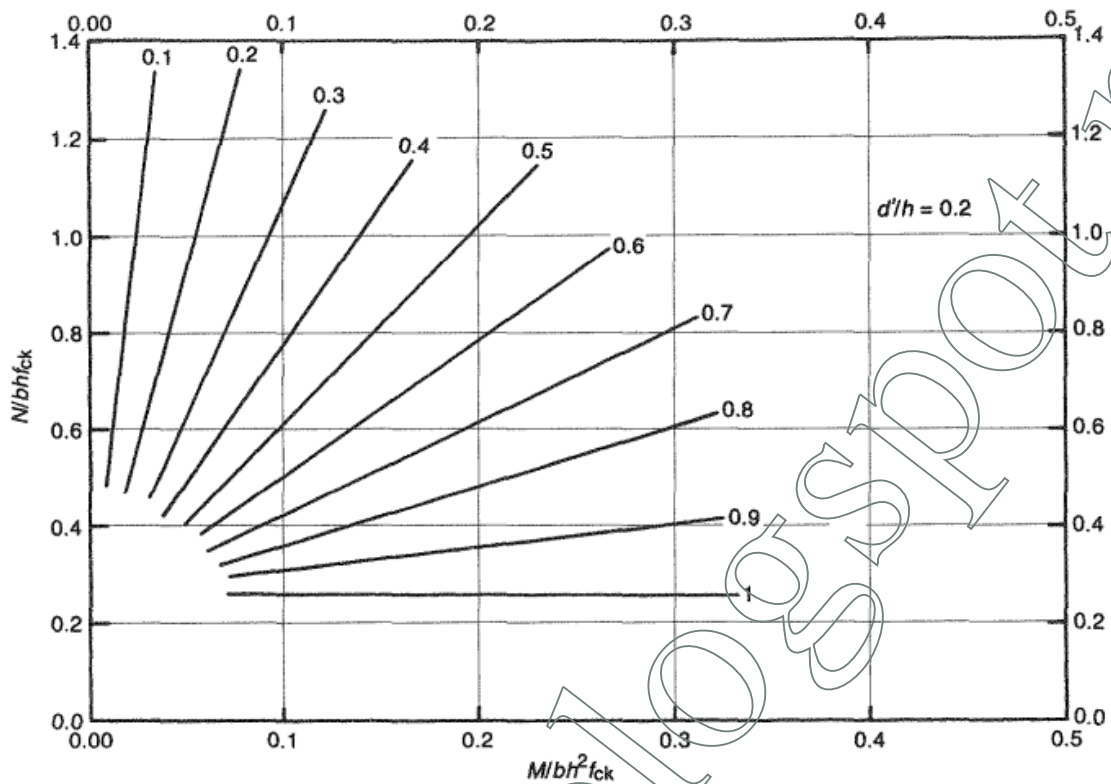
$$M_{Ed} = M_{Ed}^I + M_{Ed}^{II} = 58.4 \text{ kNm} + 71.53 \text{ kNm} = 129.93 \text{ kNm}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{ck}} &= \frac{129.93 \cdot 10^2 \text{ kNm}}{30 \text{ cm} \cdot 30^2 \text{ cm}^2 \cdot 3.5 \text{ kN/cm}^2} = 0.137 \\ \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{ck}} &= 0.317 \end{aligned} \right\} \Rightarrow K_r = 0.91$$

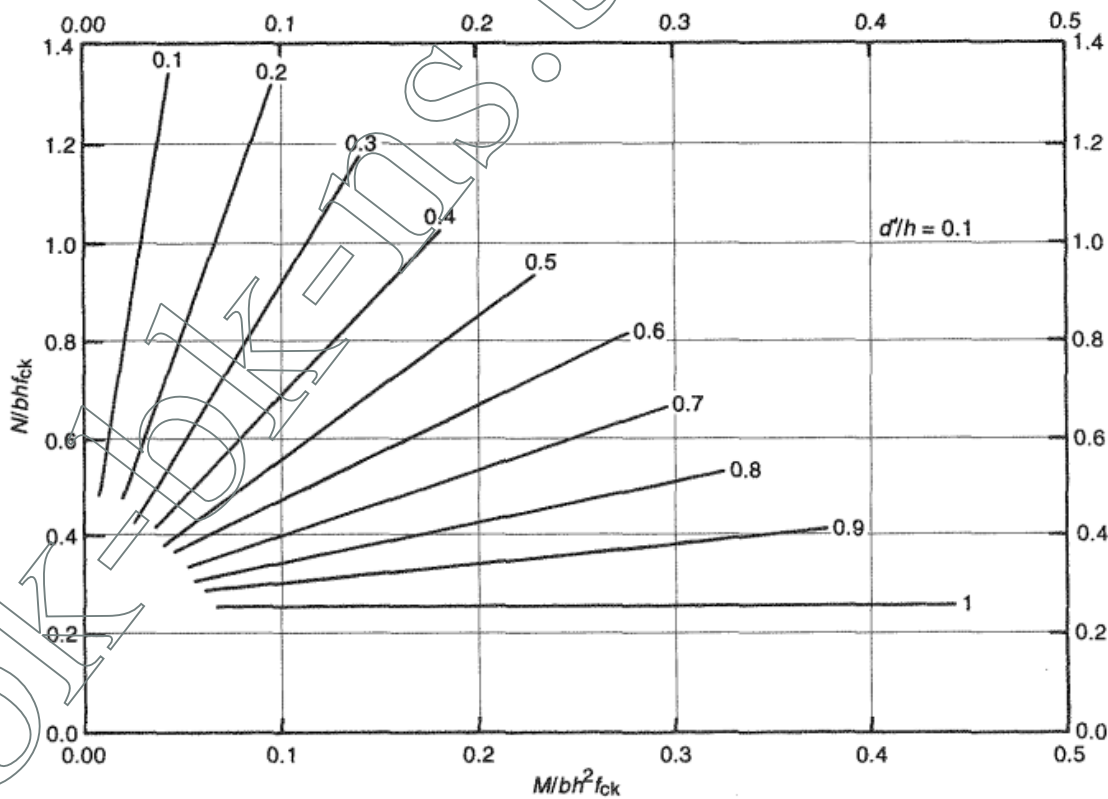
Iteracija pret. $K_r = 0.91$ (prema Slici 1.)

$$M_{Ed} = M_{Ed}^I + M_{Ed}^{II} = 58.4 \text{ kNm} + 0.91 \cdot 71.53 \text{ kNm} = 123.492 \text{ kNm}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{ck}} &= \frac{123.492 \cdot 10^2 \text{ kNm}}{30 \text{ cm} \cdot 30^2 \text{ cm}^2 \cdot 3.5 \text{ kN/cm}^2} = 0.131 \\ \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{ck}} &= 0.317 \end{aligned} \right\} \Rightarrow K_r = 0.89$$



Slika 1. Vrednosti K_r za $d_1/h=0.2$



Slika 2. Vrednosti K_r za $d_1/h=0.1$

Iteracija pret. $K_r=0.89$ (prema Slici 1.)

$$M_{Ed} = M_{Ed}^I + M_{Ed}^{II} = 58.4 \text{ kNm} + 0.89 \cdot 71.53 \text{ kNm} = 122.062 \text{ kNm}$$

$$\frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{ck}} = \frac{122.062 \cdot 10^2 \text{ kNm}}{30 \text{ cm} \cdot 30^2 \text{ cm}^2 \cdot 3.5 \text{ kN/cm}^2} = 0.129$$

$$\frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{ck}} = 0.317$$

dobija se $K_r \sim 0.89$ (prema Slici 1.)

Na osnovu dijagrama interakcije $A_{s1}=A_{s2}$, $d_1/h=0.2$ i vrednosti

$$m_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{122.062 \cdot 10^2 \text{ kNm}}{30 \text{ cm} \cdot 30^2 \text{ cm}^2 \cdot 1.983 \text{ kN/cm}^2} = 0.228$$

$$n_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{1000 \text{ kN}}{30 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 1.983 \text{ kN/cm}^2} = 0.560$$

dobija se $\omega=0.21$

Potrebna površina armature

$$A_{s1} = A_{s2} = \omega \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \cdot h = 0.21 \cdot \frac{19.83 \text{ MPa}}{434.78 \text{ MPa}} \cdot 30 \cdot 30 = 8.62 \text{ cm}^2$$

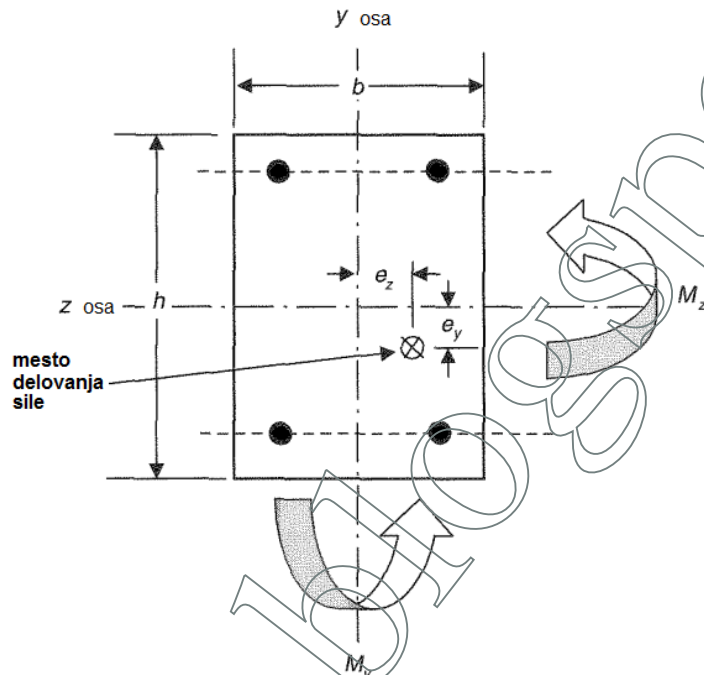
usvaja se $\pm 5\emptyset 16$ ($\pm 10.05 \text{ cm}^2$)

TEORIJA BETONSKIH KONSTRUKCIJA 1

vežbe br. 12 (2 časa)

DIMENZIONISANJE KOSO SAVIJANIH STUBOVA

Koso savijan stub podrazumeva da je savijan u dve ravni



Slika 1. Oznake za koso savijanje

PRIMER BR. 1

Dimenzionisati koso savijani pravougaoni poprečni presek stuba.

$$N_{Ed} = 2000 \text{ kN}$$

$$M_{zEd} = 125 \text{ kNm}$$

$$M_{yEd} = 75 \text{ kNm}$$

$$b/h = 30/40 \text{ cm}$$

$$C35/45 \Rightarrow f_{cd} = 0.85 \cdot 35 / 1.5 = 19.83 \text{ MPa} = 1.983 \text{ kN/cm}^2$$

$$B500B \Rightarrow f_{yd} = 500 / 1.15 = 434.78 \text{ MPa} = 43.478 \text{ kN/cm}^2$$

$$d_1 = 4 \text{ cm}$$

$$d_1/h = 0.1$$

$$d_1/b = 0.1333$$

Dva načina dimenzionisanja:

I - prema BS 8110

II - prema EN 1992-1-1 (EC2)

I - način dimenzionisanja

$$b' = b - d_1 = 30 - 4 = 26 \text{ cm}$$

$$d = h - d_1 = 40 - 4 = 36 \text{ cm}$$

$$\frac{M_{zEd}}{d} = \frac{125 \cdot 10^2 \text{ kNcm}}{36 \text{ cm}} = 347 \text{ kN}$$

$$\frac{M_{yEd}}{b'} = \frac{75 \cdot 10^2 \text{ kNcm}}{26 \text{ cm}} = 288 \text{ kN}$$

$$\frac{M_{zEd}}{d} \geq \frac{M_{yEd}}{b'} \Rightarrow \text{proračun se vrši za efektivni jednoaksijalni moment oko ose z}$$

$$\beta = 1 - \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{ck}} = 0.5238 \quad (0.3 < \beta < 1.0)$$

$$M_{zEd}' = M_{zEd} + \frac{\beta \cdot d}{b'} \cdot M_{yEd} = 179.39 \text{ kNm}$$

$$m_{Ed} = 0.1858$$

$$n_{Ed} = 0.7292$$

sa interakcionog dijagrama $A_{s1}=A_{s2}$, $d_1/h=0.1$

$$\omega_1 = 0.15$$

$$A_{s1} = 8.28 \text{ cm}^2$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 2 \cdot A_{s1} = 16.56 \text{ cm}^2$$

II - način dimenzionisanja

$$\rho_{\text{pret.}} = 1\%$$

$$A_{s,\text{pret.}} = \rho \cdot b \cdot h = 12 \text{ cm}^2 \quad (A_{s1} + A_{s2})$$

$$\omega_1 = \frac{\rho}{2} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = 0.109$$

$$n_{Ed} = 0.7292$$

z- osa

$$d_1 / h = 0.1$$

sa interakcionog dijagrama $A_{s1}=A_{s2}$, $d_1/h=0.1$

$$m_{Rd} = 0.16$$

$$M_{zRd}' = m_{Rd} \cdot b \cdot h^2 \cdot f_{cd} = 15360 \text{ kNcm} = 153.6 \text{ kNm}$$

y- osa

$$d_1 / b = 0.1333$$

sa interakcionih dijagrama $A_{s1}=A_{s2}$, $d_1/h=0.1$ i $A_{s1}=A_{s2}$, $d_1/h=0.15$

$$m_{Rd} = 0.155$$

$$M_{yRd} = m_{Rd} \cdot b^2 \cdot h \cdot f_{cd} = 11160 \text{ kNm} = 111.6 \text{ kNm}$$

$$N_{Rd} = b \cdot h \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} = 2921.74 \text{ kN}$$

$$N_{Ed} / N_{Rd} = 0.599$$

N_{Ed}/N_{Rd}	< 0,1	0,7	1,0
$a =$	1,0	1,5	2,0

$$a = 1.417$$

$$\left(\frac{M_{zEd}}{M_{zRd}} \right)^a + \left(\frac{M_{yEd}}{M_{yRd}} \right)^a \leq 1$$

$$0.747 + 0.569 = 1.361 \leq 1 \text{ (nije dobra pret za } \rho \text{)}$$

nova iteracija

$$\rho_{\text{pret.}} = 1.5\%$$

$$A_{s,\text{pret.}} = \rho \cdot b \cdot h = 18 \text{ cm}^2 \text{ (} A_{s1} + A_{s2} \text{)}$$

$$\omega_1 = \frac{\rho}{2} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = 0.163$$

$$n_{Ed} = 0.7292$$

z- osa

$$d_1 / h = 0.1$$

sa interakcionog dijagrama $A_{s1} = A_{s2}$, $d_1/h = 0.1$

$$m_{Rd} = 0.195$$

$$M_{zRd} = m_{Rd} \cdot b \cdot h^2 \cdot f_{cd} = 18720 \text{ kNm} = 187.2 \text{ kNm}$$

y- osa

$$d_1 / b = 0.1333$$

sa interakcionih dijagrama $A_{s1} = A_{s2}$, $d_1/h = 0.1$ i $A_{s1} = A_{s2}$, $d_1/h = 0.15$

$$m_{Rd} = 0.19$$

$$M_{yRd} = m_{Rd} \cdot b^2 \cdot h \cdot f_{cd} = 13680 \text{ kNm} = 136.8 \text{ kNm}$$

$$N_{Rd} = b \cdot h \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} = 3182.61 \text{ kN}$$

$$N_{Ed} / N_{Rd} = 0.55$$

N_{Ed}/N_{Rd}	< 0,1	0,7	1,0
$a =$	1,0	1,5	2,0

$$a = 1.375$$

$$\left(\frac{M_{zEd}}{M_{zRd}} \right)^a + \left(\frac{M_{yEd}}{M_{yRd}} \right)^a \leq 1$$

$$0.574 + 0.438 = 1.012 \leq 1$$